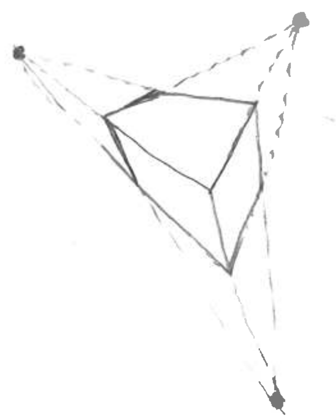
VISION NUMERIQUE
GIF-4100 / GIF 7001

EXAMEN PARTIEL 1
A 2012

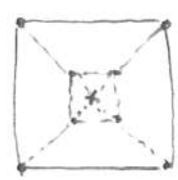
solution.

Question 1

1A) 3 points de fuite car 3 groupes de droites parallèles



1B) 1 point de fuite car 2 groupes de droites parallèles sont aussi parallèles au plan image



1c) 2 points de fuite car 1 groupe de droites parallèles est aussi parallèle au plan image

Question 2)

on a $f = 10cm = 0.1m$

2 A) La matrice de projection de perspective est:

$$\underline{\underline{\tilde{P}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \end{bmatrix} \qquad (1)$$

on a que

$$\underline{\tilde{x}}_w = \underline{\underline{\tilde{T}}}\,\underline{\underline{\tilde{R}}}\,\underline{\tilde{x}}_c \qquad (2)$$

avec

$$\underline{\underline{\tilde{T}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{\tilde{R}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (3)$$

La projection de perspective donne (projection d'un point P dans world sur le plan image) :

$$\underline{\tilde{x}}_c' = \underline{\underline{\tilde{P}}}\,\underline{\underline{\tilde{R}}}^{-1}\,\underline{\underline{\tilde{T}}}^{-1}\,\underline{\tilde{x}}_w \qquad (4)$$

ici

$$\underline{\underline{\tilde{R}}}^{-1} = \underline{\underline{\tilde{R}}}^{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{\tilde{T}}}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (5)$$

En utilisant (5) et (1), on peut écrire (4) :

$$\underline{\tilde{x}}_c' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & -(\cos\theta+\sin\theta) \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & \sin\theta-\cos\theta \\ 0 & -10\sin\theta & 10\cos\theta & 10(\sin\theta-\cos\theta) \end{bmatrix} \underline{\tilde{x}}_w \qquad (6)$$

2B) pour le point $(0, 2, 2.5)^T$ on a, en remplaçant sa représentation en coordonnées homogènes $(0, 2, 2.5, 1)$ dans (6)

$$\underline{\tilde{x}_c} = \begin{bmatrix} 0 \\ \cos\theta + 1.5\sin\theta \\ -\sin\theta + 1.5\cos\theta \\ -10\sin\theta + 15\cos\theta \end{bmatrix}$$

et, en transformant en coordonnées réelles, on a :

$$x = 0 \quad (7)$$

$$y = \frac{\cos\theta + 1.5\sin\theta}{-10\sin\theta + 15\cos\theta} \quad (8)$$

$$z = \frac{-\sin\theta + 1.5\cos\theta}{-10\sin\theta + 15\cos\theta} \quad (9)$$

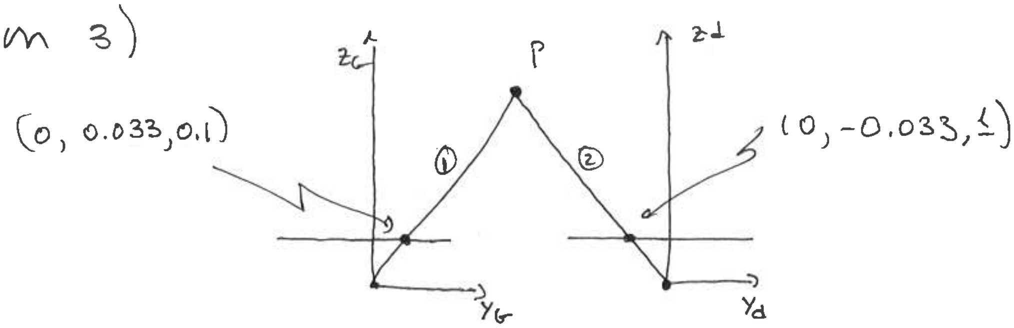
ici $\cos 30° = \sqrt{3}/2$ $\sin 30° = 1/2$ remplacés dans (8) et (9) donne

$$x = 0$$

$$y = \frac{\sqrt{3}/2 + 1.5 \times 1/2}{-10 \times 1/2 + 15 \times \sqrt{3}/2} = \frac{0,866 + 0,75}{-5 + 13} = \frac{1,62}{8} = 0.2\,m$$

$$z = \frac{-1/2 + 1.5 \times \sqrt{3}/2}{-10 \times 1/2 + 15 \times \sqrt{3}/2} = \frac{-0.5 + 1.3}{-5 + 13} = \frac{0.8}{8} = 0.1\,m = f = 10\,cm.$$

Question 3)



Pour trouver les coordonnées 3D de P dans y_G-z_G, il faut trouver l'intersection des deux droites ① et ② exprimées dans le repère de la caméra de gauche

Pour la droite ① on a qu'elle passe par les points $(0,0,0)$ et $(0, 0.033, 0.1)$

Son équation est donc

$$\frac{Z-0}{Y-0} = \frac{0.1-0}{0.033-0} = \frac{0.1}{0.033} = 3.03$$

et donc $\boxed{Z_1 = 3.03\, y_1}$ (1)

Pour la droite ②, il faut d'abord calculer les coordonnées des points par lesquels elle passe dans le repère de la caméra de gauche.

Ici, on a

$$\underline{\tilde{x}}_g = \underline{\underline{\tilde{T}}}\, \underline{\tilde{x}}_d \qquad (2)$$

avec

$$\underline{\underline{\tilde{T}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (3)$$

le point $(0,0,0)$ dans le repère de droite a pour coordonnées dans le repère de gauche (en utilisant (2) et (3)

$$\underset{\sim}{X}_{G\,origine} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{matrix}$$

$$(0,0,0)_{droite} \longrightarrow (0\ 2\ 0)_{gauche}$$

l'image du point P de coordonnées $(0, -0.033, 0.1)$ dans le plan image de droite a comme coordonnées dans le plan image de gauche

$$\underset{\sim}{X}_{G\,image} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -0.033 \\ 0.1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.033+2 \\ 0.1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.967 \\ 0.1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

La droite ② passe donc par les points

$(0, 2, 0)$ et $(0, 1.967, 0.1)$

et son équation est :

$$\frac{z-0}{y-2} = \frac{0.1-0}{1.967-2} = \frac{0.1}{-0.033} = -3.03$$

$$\boxed{z_{②} = -3.03 y_{②} + 6.06} \qquad (4)$$

avec (4) dans (4) on a :

$$3.03y = -3.03y + 6.06$$

$$6.06y = 6.06$$

$$y = 1 \qquad (5)$$

et avec (5) dans (1)

$$z = 3.03 \times 1 = 3.03$$

on a donc $P = (0, 1, 3.03)$

Question 4)

1) On prend l'image d'une cible dont on connaît les coordonnées des points dans le repère world.
Le nombre de points doit être $\gg 6$

2) On repère les coordonnées images des images des points de la cible.

3) On a l'équation de formation d'image (transformation projective)

$$\underline{\tilde{x}}_c = \underline{\underline{\tilde{M}}}\ \underline{\tilde{x}}_w$$

4) On transforme l'équation ci-dessus en système homogène sur déterminé (en exprimant $\underline{\underline{M}}$ comme un vecteur $\underline{m}$) :

$$\underline{\underline{Q}}\ \underline{m} = 0$$

5) On solutionne par SVD.

6) On cherche les paramètres intrinsèques et extrinsèques à partir des m_{ij} et des opérations d'algèbre vectorielle sur $\underline{\underline{M}}$ exprimée comme $[\underline{\underline{A}}\ \underline{b}]$

Question 5)

5A) Oui car le plan induit une homographie entre 1 et 2

5.B) Non car la surface courbe peut ne pas respecter l'ordonnancement des points et ne pas induire une homographie