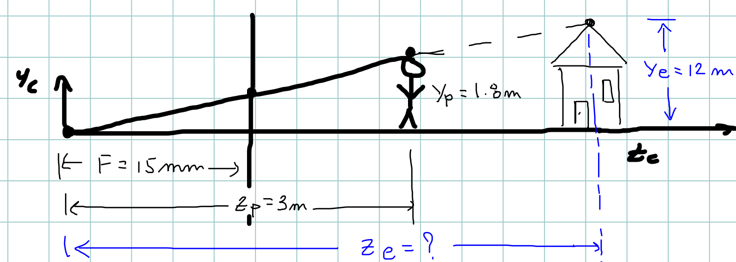
Introduction à la vision numérique

Partiel 1 - A 2011

Solution

Question 1) Projection de perspective

A) On a selon le schéma ci-dessous



Par projection de perspective on a pour la personne et l'édifice :

$$\frac{y_{ip}}{F} = \frac{y_p}{z_p} \quad \text{et} \quad \frac{y_{ie}}{F} = \frac{y_e}{z_e}$$

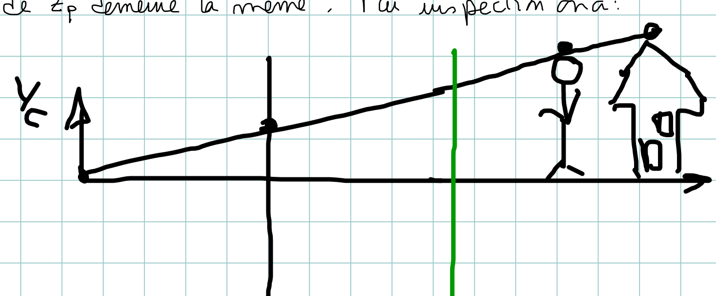
avec $y_{ie} = y_{ip}$ on peut écrire :

$$\frac{\cancel{F}\, y_p}{z_p \cancel{F}} = \frac{y_e}{z_e} \quad \text{et}$$

$$z_e = \frac{y_e}{y_p} z_p = \frac{12 \times 3}{1.8} = 20m$$

$$\boxed{z_e = 20\,m}$$

B) La valeur de z_p demeure la même. Par inspection on a :



Question 2)

A) Matrice des paramètres intrinsèques

En coordonnées homogènes, on a que :

$$\tilde{\underline{\underline{K}}} = \tilde{\underline{\underline{T}}}\,\tilde{\underline{\underline{S}}}\,\tilde{\underline{\underline{C}}}\,\tilde{\underline{\underline{P}}}$$

La donnée du problème nous informe que $\tilde{\underline{\underline{C}}} = \tilde{\underline{\underline{I}}}$ car les lignes et les colonnes du capteur sont perpendiculaires.

La focale du sténopé est 10mm ou $1/100$ m, la matrice $\tilde{\underline{\underline{P}}}$ s'écrit donc :

$$\tilde{\underline{\underline{P}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/F & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 0 \end{bmatrix}$$

Pour $\tilde{\underline{\underline{S}}}$ on a 10^5 pixels/m sur les lignes et les colonnes et donc :

$$\tilde{\underline{\underline{S}}} = \begin{bmatrix} 10^5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Pour $\tilde{\underline{\underline{T}}}$ on a :

$$\tilde{\underline{\underline{T}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & u_0 \\ 0 & 1 & 0 & v_0 \\ 0 & 0 & 1 & -F \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 320 \\ 0 & 1 & 0 & 240 \\ 0 & 0 & 1 & -1/100 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Et donc on a comme résultat (coordonnées homogènes) :

$$\underline{\underline{T}}\,\underline{\underline{S}}\,\underline{\underline{P}} = \tilde{\underline{\underline{K}}} = \begin{bmatrix} 10^3 & 0 & 320 & 0 \\ 0 & 10^3 & 240 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 0 \end{bmatrix}$$

et, en coordonnés réelles :

$$\underline{\underline{K}} = \begin{bmatrix} 10^3 & 0 & 320 \\ 0 & 10^3 & 240 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

B) Matrice des paramètres extrinsèques

La caméra subit une translation $\underline{\tilde{t}}_c^T = [0\ 1\ 1\ 1]$ (ou $\underline{t}_c = [0\ 1\ 1]$)
Elle subit une rotation autour de l'axe des X de $\rho = -45°$:

$$\underline{\underline{\tilde{R}}}_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\rho & -\sin\rho & 0 \\ 0 & \sin\rho & \cos\rho & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \underline{\underline{R}}_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\rho & -\sin\rho \\ 0 & \sin\rho & \cos\rho \end{bmatrix}$$

La matrice des paramètres extrinsèques s'exprime comme :

$$\underline{\underline{\tilde{E}}}_{cw} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{R}}_x^T & -\underline{\underline{R}}_x^T \underline{t}_c \\ \underline{0} & 1 \end{bmatrix}$$

avec $\rho = -45°$ et $\cos(-\rho) = \cos(\rho)$
$\sin(-\rho) = -\sin(\rho)$
$\cos(45°) = \sin(45°) = \sqrt{2}/2$

On obtient :

$$\boxed{\underline{\underline{\tilde{E}}}_{cw} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}$$

c) Matrice Caméra

On a que la matrice caméra $\underline{\underline{\tilde{M}}}$ en coordonnées homogènes est :

$$\underline{\underline{\tilde{M}}} = \underline{\underline{\tilde{K}}}\, \underline{\underline{\tilde{E}}}_{cw}$$

Question 3) Projection de perspective

A)

$$\underline{l_1} = \underline{a_1} + \lambda \underline{d_1} \mapsto u_{l_1} = \frac{a_{1x} + \lambda d_{1y}}{a_1 z + \lambda d_1 z} \quad \text{et} \quad v_{l_1} = \frac{a_{1y} + \lambda d_{1y}}{a_1 z + \lambda d_1 z}$$

$$l_2 = \underline{a_2} + \beta \underline{d_2} \longmapsto u_{l_2} = \frac{a_{2x} + \beta d_{2y}}{a_{2z} + \beta d_{2z}} \quad \text{et} \quad v_{l_2} = \frac{a_{2y} + \beta d_{2y}}{a_2 z + \beta d_{2z}}$$

B) $u_{l_1 \lambda \to \infty} = \frac{d_{1x}}{d_{1z}}$ et $v_{l_1 \lambda \to \infty} = \frac{d_{1y}}{d_{1z}}$

$u_{l_2 \beta \to \infty} = \frac{d_{2x}}{d_{2z}}$ et $v_{l_2 \beta \to \infty} = \frac{d_{2y}}{d_{2z}}$

c) On veut

$\frac{d_{1x}}{d_{1z}} = \frac{d_{2x}}{d_{2z}}$ (1) et $\frac{d_{1y}}{d_{1z}} = \frac{d_{2y}}{d_{2z}}$ (2) $\mapsto$ de (1) on tire : $d_{1z} = \frac{d_{1x}}{d_{2x}} d_{2z}$ qui,

remplacé dans (2) donne $\frac{d_{1x}}{d_{2x}} = \frac{d_{1y}}{d_{2y}}$ et, dans (1) on a $\frac{d_{1x}}{d_{2x}} = \frac{d_{1z}}{d_{2z}}$

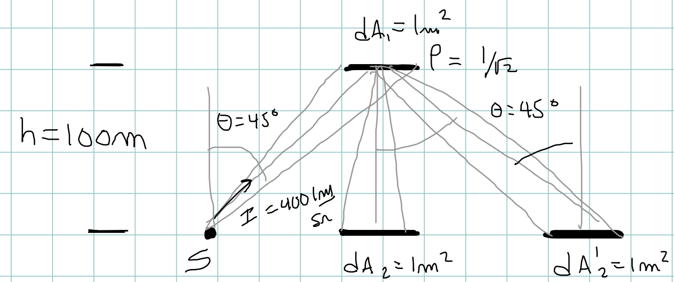
alors

$$\frac{d_{1x}}{d_{2x}} = \frac{d_{1y}}{d_{2y}} = \frac{d_{1z}}{d_{2z}}$$

d) Les vecteurs $\underline{d_1}$ et $\underline{d_2}$ doivent être **parallèles** et le point pour $\lambda = \beta = \infty$ sont le **point de fuite** de $\underline{l_1}$ et $\underline{l_2}$

Question 4) Radiométrie

A)



L'illuminance dE_1 reçue par dA_1 est donnée par

$$dE_1 = \frac{I\, d\omega_1}{dA_1}$$

ici $d\omega_1 = \frac{dA_1 \cos\theta}{(h/\cos\theta)^2} = \frac{dA_1 \cos^3\theta}{h^2} = \frac{1}{100^2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 = \frac{1}{100^2} \times \frac{2\sqrt{2}}{8} = \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{\times 10^{-4}}{\cdot 1}$ et donc

$$dE_1 = \frac{\cancel{4}\times\cancel{10^4}}{1} \times \frac{\sqrt{2}}{\cancel{4}} \times \cancel{10^{-4}}$$

$$dE_1 = \sqrt{2}$$

Par conséquent, la luminance L_1 de dA_1 est $L_1 = \rho\, dE_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2} = 1$

j'accepte aussi $\rho : \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\pi}$ ...

et l'illuminance reçue par dA_2 de dA_1 est donnée par :

$$dE_2 = L_1 \frac{d\omega_2\, dA_1}{dA_2} = L_1 \frac{dA_2}{h^2} \frac{dA_1}{dA_2} = \frac{1 \times 1 \times 1}{100^2 \cdot 1}$$

$$\boxed{dE_2 = 10^{-4} \frac{lm}{m^2 sr}}$$

B)

Dans ce cas, tout est semblable sauf que l'angle doit être pris en compte :

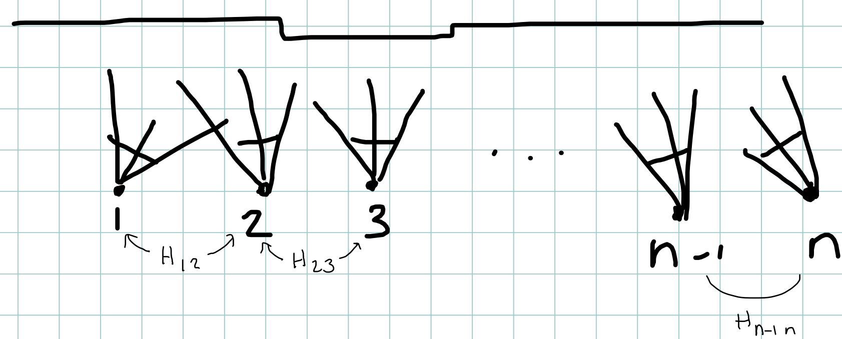
$$dE'_2 = L_1 \frac{d\omega'_2\, dA_1 \cos\theta}{dA'_2} = L_1 \frac{dA'_2 \cos\theta}{(h/\cos\theta)^2} \frac{dA_1 \cos\theta}{dA'_2}$$

$$dE'_2 = 1 \times \frac{1}{100^2} \cos^4\theta \times \frac{1}{\cdot 1}$$

$$\boxed{dE'_2 = 2.5 \times 10^{-5} \frac{lm}{m^2}}$$

Question 5) Homographie

Comme $d >> 1$ et $h << d$, on peut considérer que la façade de l'édifice est un plan. On peut donc établir (et estimer) une homographie entre **chaque paire d'images** en recouvrement



On se sert ensuite des produits entre homographies voisines pour transformer les points image de l'image "n" vers l'image "1" par exemple.

Avantages:

- le calcul de chaque H_{ij} ne requiert que 4 points en recouvrement (même si plus de 4 points peuvent être choisis).

- le calcul des H_{ij} est simple (SVD peut être la méthode retenue par exemple)

Désavantage(s):

- Comme l'estimation de chaque H_{ij} entraîne une erreur, l'accumulation des erreurs vient "corrompre" l'homographie résultante (comme, par exemple $\underline{\underline{H}}_{1n} = \underline{\underline{H}}_{12}\,\underline{\underline{H}}_{23} \cdots \underline{\underline{H}}_{n-1\,n}$), ce qui fait que la mosaïque sera très imparfaite et visuellement peu "attrayante".

- Pire encore, si la caméra se déplace beaucoup dans la direction de l'édifice, le fait que l'échelle soit inconnue va entraîner une erreur de reconstruction encore plus significative.