Département de génie électrique **Vision numérique**
Faculté des sciences et de génie **GIF-4100 / GIF-7001**

Premier examen partiel A 2013

QUESTION 1 (10 points au total) Points de fuite et droite à l'infini.

Soient les droites $l_1 = (0, 2, 2)^T$, $l_2 = (0, 2, 5)^T$ et $l_3 = (-2, 0, 0)^T$ dans le plan X-Y.

A) (1 point)
En quel point $\tilde{x}_a$ en coordonnées homogènes la droite l_1 rencontre-t-elle la droite à l'infini $l_\infty = (0, 0, 1)$?

B) (1 point)
En quel point $\tilde{x}_b$ en coordonnées homogènes la droite l_2 rencontre-t-elle la droite à l'infini $l_\infty = (0, 0, 1)$?

C) (1 point)
En quel point $\tilde{x}_c$ en coordonnées homogènes la droite l_3 rencontre-t-elle la droite à l'infini $l_\infty = (0, 0, 1)$?

D) (1 point)
En quel point $\tilde{x}_d$ en coordonnées homogènes la droite l_1 rencontre-t-elle la droite l_3 ?

E) (1 point)
En quel point $\tilde{x}_e$ en coordonnées homogènes la droite l_2 rencontre-t-elle la droite l_3 ?

F) (1 point)
En quel point $\tilde{x}_f$ en coordonnées homogènes la droite l_1 rencontre-t-elle la droite l_2 ?

G) (1 point)
Quelles sont les coordonnées réelles (i.e. non-homogènes) de $\tilde{x}_a$, $\tilde{x}_b$, $\tilde{x}_c$, $\tilde{x}_d$, $\tilde{x}_e$ et $\tilde{x}_f$?

H) (3 points)
Que concluez-vous sur les droites l_1, l_2 et l_3 ? Justifiez votre réponse en montrant les trois droites et les points $\tilde{x}_a$, $\tilde{x}_b$, $\tilde{x}_c$, $\tilde{x}_d$, $\tilde{x}_e$ et $\tilde{x}_f$ dans un même repère de coordonnées.

QUESTION 2 (20 points au total) Transformations de coordonnées.

Soit le système cartésien de coordonnées X-Y-Z montré à la Figure 1.

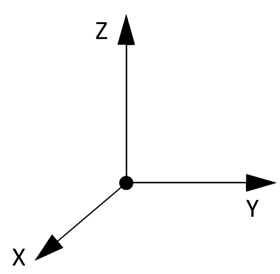

Figure 1 Système de coordonnées de la Question 2.

A) (4 points)
Quelle est la matrice (en coordonnées homogènes) représentant une rotation de $15°$ autour de l'axe z ?

B) (4 points)
Quel est le quaternion unitaire représentant la même rotation de $15°$ autour de l'axe z ?

C) (4 points)

Quelle est le quaternion unitaire représentant une rotation de $15°$ autour de l'axe de X?

D) (8 points)

Soit le point $\underline{x} = (7, 12, 25)^T$ en coordonnées réelles. Que deviennent les coordonnées de $\underline{x}$ lorsqu'il subit une rotation de $15°$ autour de l'axe des Z suivie d'une rotation de $15°$ autour de l'axe des X du même système de coordonnées? Utilisez la composition de rotations avec les quaternions trouvés en B et C pour votre calcul.

QUESTION 3 (20 points au total) Projection de perspective inverse.

Soit le sténopé non-inverseur de focale $F = 0.2m$ montré à la Figure 2.

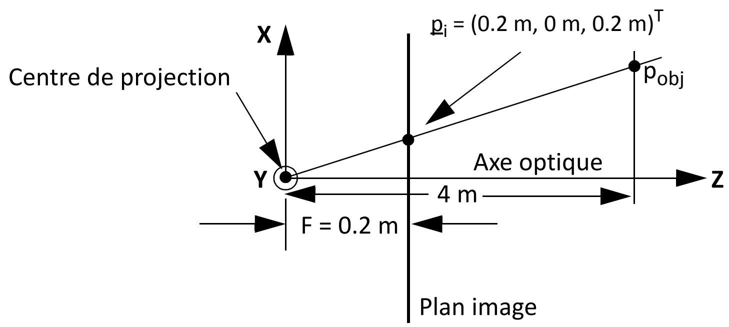

Figure 2 Sténopé non-inverseur de la Question 3

On observe un point image $\underline{p}_i$ aux coordonnées $(0.2m, 0m, 0.2m)^T$ dans le repère du sténopé (axe Y sortant de la page).

A) (5 points)

Quelle est l'équation parametrique (i.e. forme $d = k + \lambda t$) du projecteur passant par le centre de projection et le point $\underline{p}_i$?

B) (5 points)

Quelle est la valeur de λ pour le centre de projection?

C) (5 points)

Quelle est la valeur de λ pour le point image $\underline{p}_i$?

D) (5 points)

Quelle est la valeur de λ pour le point objet $\underline{p}_{obj}$ situé à 4 m du centre de projection selon l'axe des Z?

QUESTION 4 (25 points) Projection de perspective à plusieurs référentiels de coordonnées.

Soit l'arrangement géométrique de sténopés montré à la Figure 3.

La *caméra 1* est un sténopé non-inverseur de focale $F = 0.1m$. Cette caméra, dont le système de coordonnées $X_1 - Y_1 - Z_1$ est initialement confondu au repère global $X_W - Y_W - Z_W$, subit une translation de $1m$ selon X_W.

La *caméra 2* est un sténopé non-inverseur de focale $F = 0.1m$. Cette caméra, dont le système de coordonnées $X_2 - Y_2 - Z_2$ est initialement confondu au repère global $X_W - Y_W - Z_W$, subit une translation de $2m$ selon X_W.

La *caméra 3*est un sténopé non-inverseur de focale $F = 0.1m$. Cette caméra, dont le système de coordonnées

$X_3 - Y_3 - Z_3$ est initialement confondu au repère global $X_W - Y_W - Z_W$, subit une translation de $4m$ selon Z_W suivie d'une rotation de $90°$ autour de l'axe Y du repère ayant subi la translation (voir Figure 3).

Un point "objet" P_W est imagé par les trois sténopés. Les coordonnées image de P_W sur la caméra 1 et la caméra 2 sont respectivement $p_{i1} = \begin{bmatrix}0.01m & 0m & 0.1m\end{bmatrix}^T$ et $p_{i2} = \begin{bmatrix}-0.01m & 0m & 0.1m\end{bmatrix}^T$

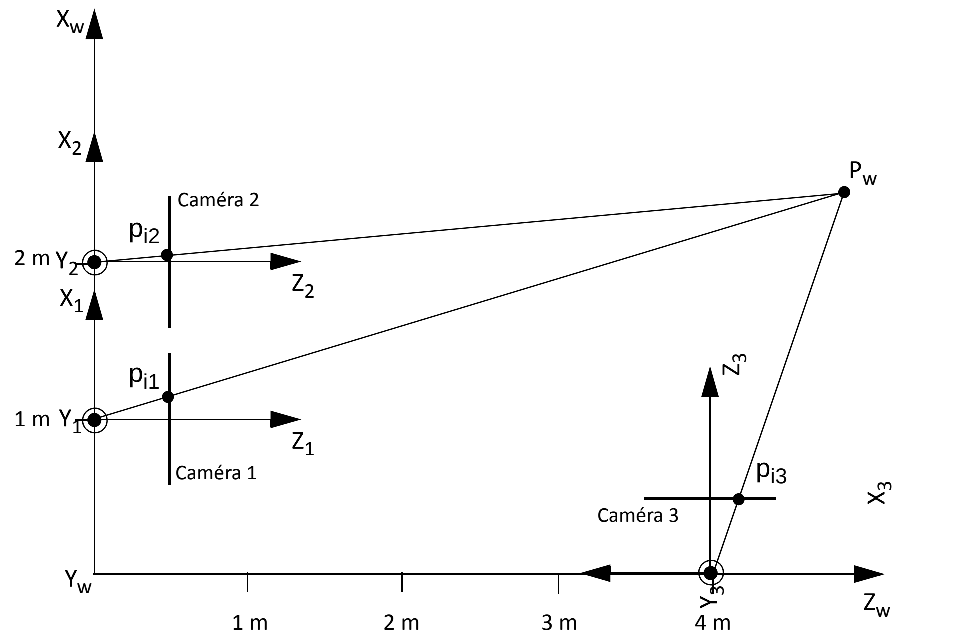

Figure 3 Arrangement géométrique de sténopés de la Question 4

Quelles sont les coordonnées image p_{i3} de P_W dans la caméra 3? Expliquez votre raisonnement.

QUESTION 5 (25 points) Projection de perspective et bi-rapport.

Soit l'arrangement géométrique de la Figure 4 montrant quatre points-objets A, B, C et D situés sur une droite dans le plan X-Y qu'on observe avec un sténopé non-inverseur X-Y-Z (axe Y sortant de la page) de centre de projection "O" pour obtenir les images A', B', C' et D' sur le plan image. Cette question montre que lorsque des points sur un plan sont observés dans un contexte de projection de perspective, certaines grandeurs sont conservées.

Le *bi-rapport* ente quatre points (A,B,C,D) sur une droite est défini comme suit:

$$(A, B, C, D) = ((CA)/(CB))/((DA)/(DB)) \tag{1}$$

Par des arguments géométriques exploitant les triangles semblables, montrez que, dans une configuration de projection de perspective, le bi-rapport (A,B,C,D) est égal au bi-rapport (A',B',C',D').

Suggestion: tracez une droite parallèle à O-A passant par B et coupant O-C en N et O-D en M de même qu'une droite parallèle à O-A passant par B' et coupant O-C en N' et O-D en M'. Expliquez votre raisonnement.

Premier examen partiel A 2013

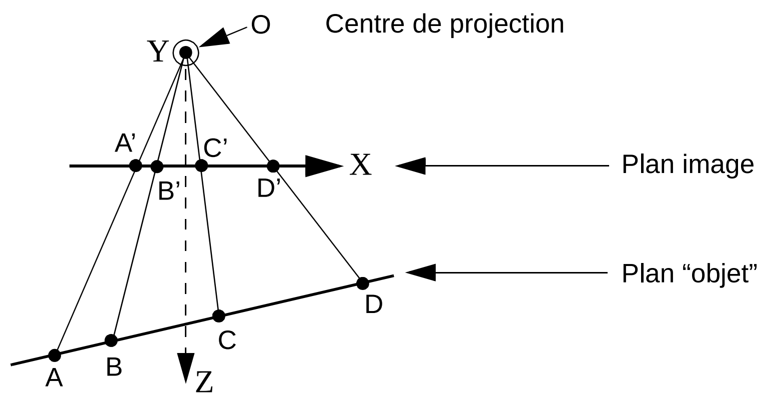

Figure 4 Arrangement géométrique de la Question 5