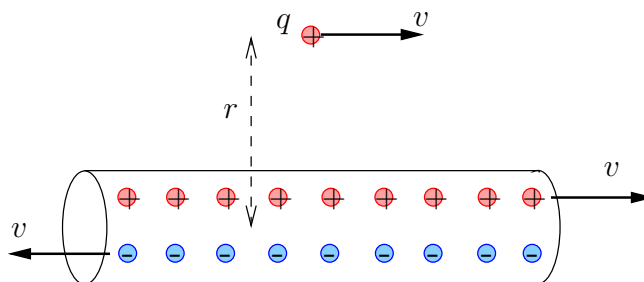


Comment la relativité unit les champs électrique et magnétique

Soit un fil infini ayant une densité de charges électriques négatives (des électrons) uniformément distribuées de $\rho_{\ell}^{-} = -\rho$ [C/m]. Pour neutraliser la charge totale, une densité de charges positives valant aussi de $\rho_{\ell}^{+} = +\rho$ [C/m], est présente.

Une charge positive q est placée à une distance r du fil dans l'air.



- a) Dans un premier temps, la charge positive q se déplace dans la même direction et à la même vitesse que les charges positives $\mathbf{v}_q = \mathbf{v}^+ = v\mathbf{a}_z$ dans le fil. Les charges négatives vont dans le sens contraire à la même vitesse $\mathbf{v}^- = -v\mathbf{a}_z$. Ainsi un courant circule sur le fil avec une intensité de $I = 2\rho v$ dans la direction \mathbf{a}_z .

Comme le fil est électriquement neutre, la charge q ne ressent aucune force électrique, d'où

$$\mathbf{F}_e = 0 .$$

Par contre, comme elle se déplace et qu'un courant existe, une force magnétique s'applique sur elle

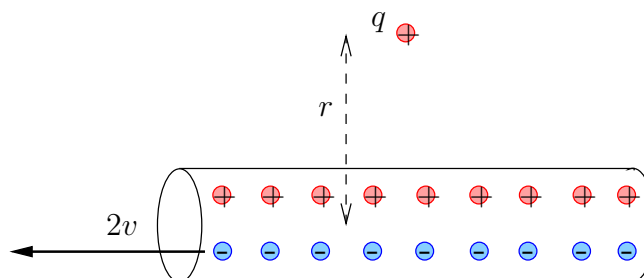
$$\mathbf{F}_m = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} .$$

Les lignes de champs magnétique forment des boucles centrées autour du fil selon l'expression connue $\mathbf{H} = \frac{I}{2\pi r}\mathbf{a}_\phi$, avec $\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{H}$. Cette force magnétique, transverse à l'axe du fil \mathbf{a}_z et au champ magnétique \mathbf{a}_ϕ , pousse donc la charge à s'approcher du fil en accélérant

$$\mathbf{F}_m = -\frac{q\mu_0\rho v^2}{\pi r}\mathbf{a}_r .$$

Au final, la force qui agit sur la charge q vaut

$$\mathbf{F}_a = \mathbf{F}_e + \mathbf{F}_m = -\frac{q\mu_0\rho v^2}{\pi r}\mathbf{a}_r .$$



- b) Dans un second temps, la charge q reste immobile comme les charges positives dans le fil ; seules les charges négatives dans le fil se déplacent cette fois à une vitesse double soit $\mathbf{v}^- = -2v\mathbf{a}_z$. Ce système est équivalent à celui précédent sauf pour le repère qui est changé. Puisque la charge q est cette fois immobile, il n'y a pas de force magnétique qui s'exerce sur elle

$$\mathbf{F}_m = 0 .$$

Il n'existe pas plus de force électrique puisque le fil est supposé neutre électriquement. Pourtant les deux systèmes devraient donner la même force au total.

L'explication de la différence (laquelle ne devrait pas exister) provient de l'ignorance de la contraction *relativiste* des longueurs de *Fitzgerald-Lorentz* même si les vitesses en jeu peuvent n'être que de quelques millimètres par seconde

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} .$$

Dans le cas (a), la contraction est la même pour les charges positives et négatives, de sorte que le fil reste électriquement neutre du point de vue de l'observateur.

Ce n'est pas ce qui se produit en (b). Il n'y a toujours pas de force magnétique (puisque la charge q ne se déplace pas), mais la contraction fait en sorte que la densité de charges négatives devient plutôt

$$\rho_\ell^- = \frac{-\rho}{\sqrt{1 - (2v)^2/c^2}} \approx -\rho - \frac{2\rho v^2}{c^2} .$$

Le fil n'est plus neutre du point de vue de l'observateur puisque

$$\rho_f = \rho_\ell^+ + \rho_\ell^- = -\frac{2\rho v^2}{c^2} .$$

Une force électrique s'exerce alors sur la charge q selon l'expression du champ produit par un fil infini chargé électriquement par une densité linéique ρ_f vaut $\mathbf{E} = \frac{\rho_f}{2\pi\epsilon_0 r}\mathbf{a}_r$ soit

$$\mathbf{F}_e = q\mathbf{E} = \frac{q\rho_f}{2\pi\epsilon_0 r}\mathbf{a}_r = -\frac{q\rho v^2}{c^2\pi\epsilon_0 r}\mathbf{a}_r .$$

La dernière substitution à faire pour permettre la correspondance avec la force qui agit sur la charge q en (a), est de poser $c = 1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$ dans l'air.

Ainsi, en (b), la force qui agit sur la charge q vaut elle aussi

$$\mathbf{F}_b = \mathbf{F}_e + \mathbf{F}_m = \frac{\mu_0 q \rho v^2}{\pi r}\mathbf{a}_r = \mathbf{F}_a .$$

La contraction simultanée du temps et de la longueur identique pour les deux densités de charges en (a) fait que l'expression du courant ne change pas. La force magnétique sur la charge conserve la même expression en tenant compte de l'effet relativiste.

En conséquence, la force électrique en (b) est identique à la force magnétique en (a) dans l'autre repère. Les observateurs dans les deux repères, voient la charge q accélérer en s'approchant radialement du fil avec la même accélération, même si la force semble être de nature différente. En fait, les forces électrique et magnétique dépendent uniquement de la référence ; la distinction entre les deux devient purement artificielle.