

5. Filtrage spectral

Nombre de participants : 25



Filtrage dans le domaine spectral

GIF-4105/7105 Photographie Algorithmique
Jean-François Lalonde

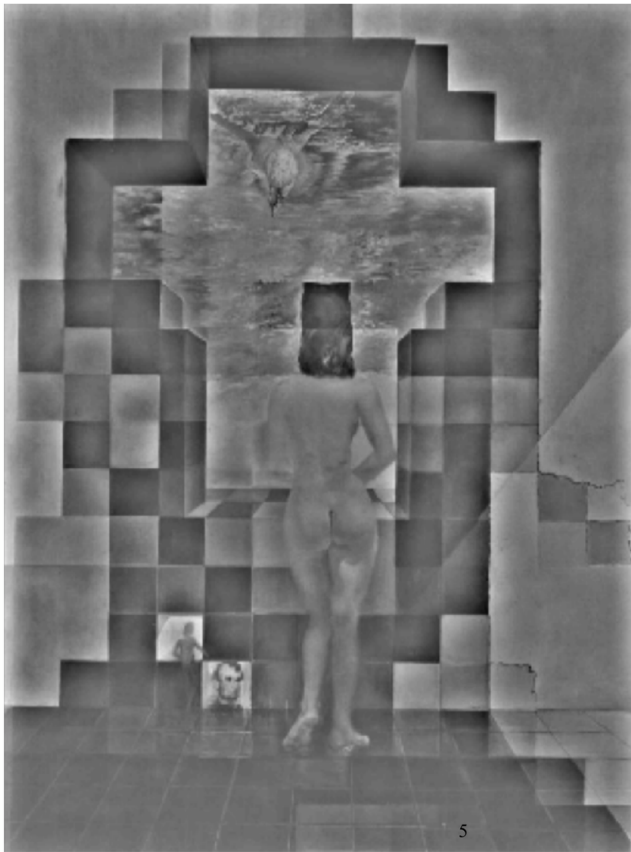
Image: Salvador Dalí



Salvador Dalí
« Gala contemplant la mer Méditerranée qui à
vingt mètres devient le portrait d'Abraham Lincoln »,
1976



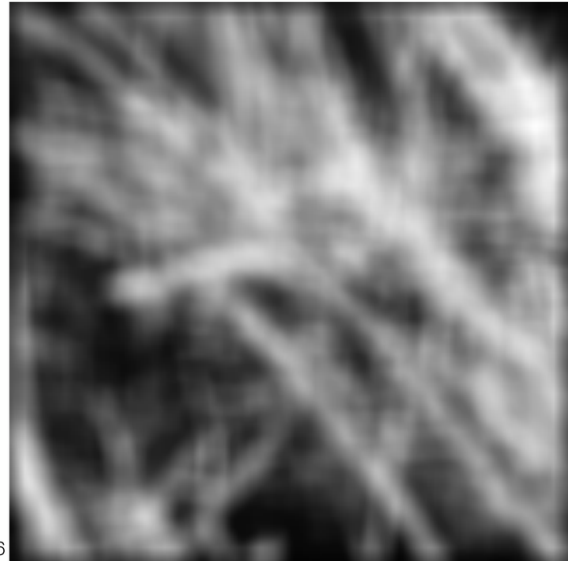
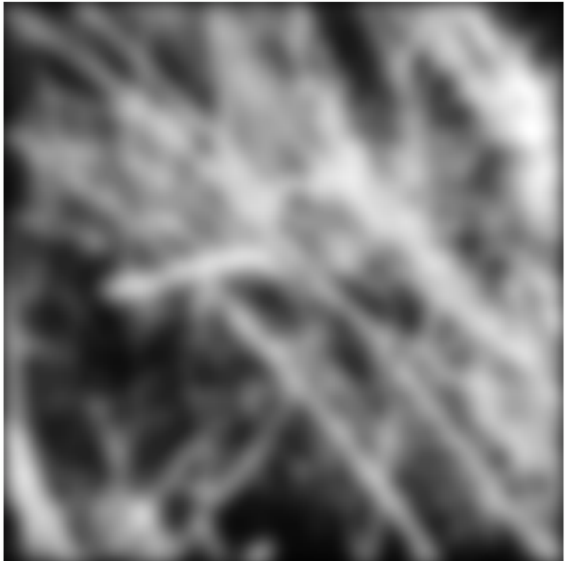
Salvador Dalí
« Gala contemplant la mer Méditerranée qui à
vingt mètres devient le portrait d'Abraham Lincoln »,
1976



Comment une image peut-elle contenir deux images?



Pourquoi le filtre gaussien nous donne une image lisse,
mais pas le filtre boîte?



6

Pourquoi peut-on toujours interpréter une image à plus faible résolution?
Quelle est l'information perdue?

Résolution originale



1/2 résolution
(4x moins de pixels!)



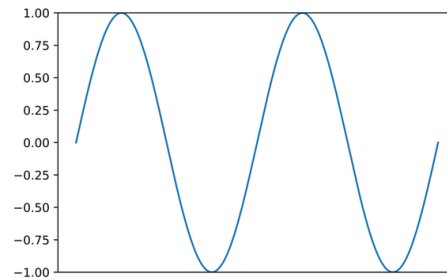
La transformée de Fourier

Toute fonction peut être écrite comme une somme pondérée de sinus de différentes fréquences (et phases)

Notre “unité” de base:

$$A \sin(\omega x + \phi)$$

↑ ↑ ↑
amplitude fréquence phase



8

La transformée de Fourier

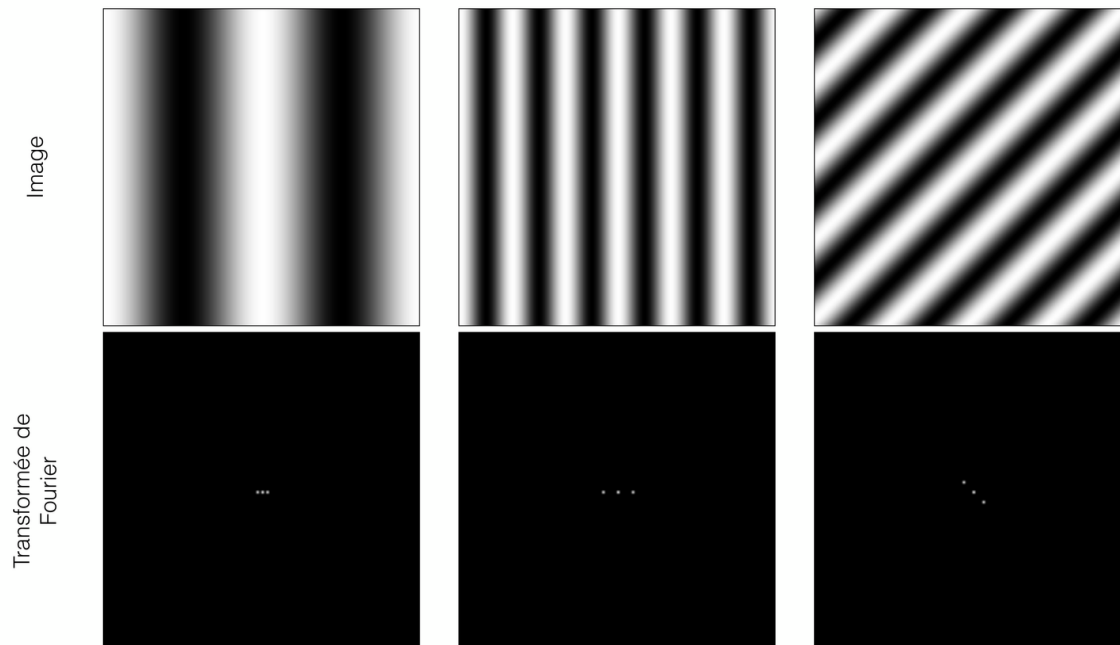
- Nous voulons comprendre les fréquences ω de notre signal.
- Exprimons alors le signal avec ω au lieu de x :



- $F(\omega)$ représente la **magnitude** et la **phase** à chaque fréquence
 - Magnitude : « quantité » de signal à chaque fréquence
 - Phase : translation horizontale

9

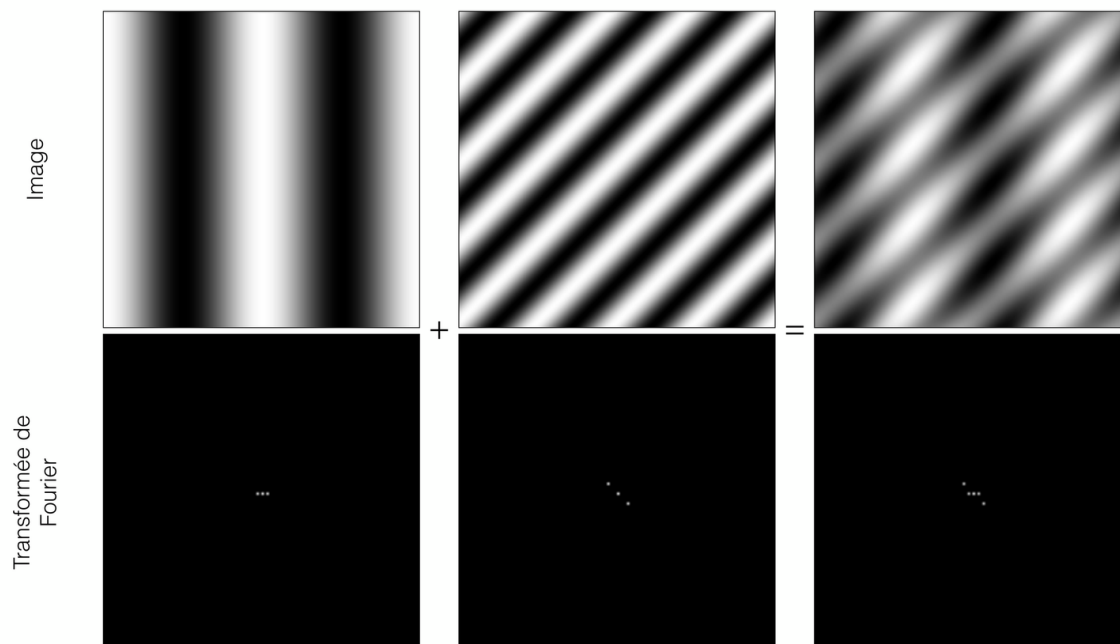
Transformée de Fourier dans les images



14

<http://www.cs.unm.edu/~brayer/vision/fourier.htm>

On peut composer les images



15

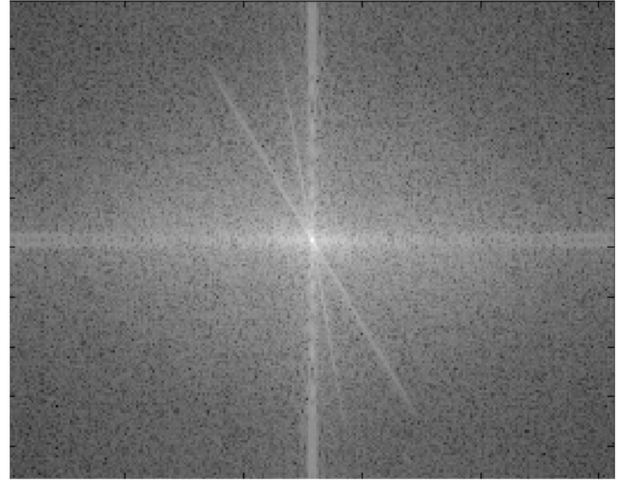
<http://www.cs.unm.edu/~brayer/vision/fourier.htm>

En python

```
from numpy.fft import fft2  
fft = fft2(img)
```

Pour l'affichage :

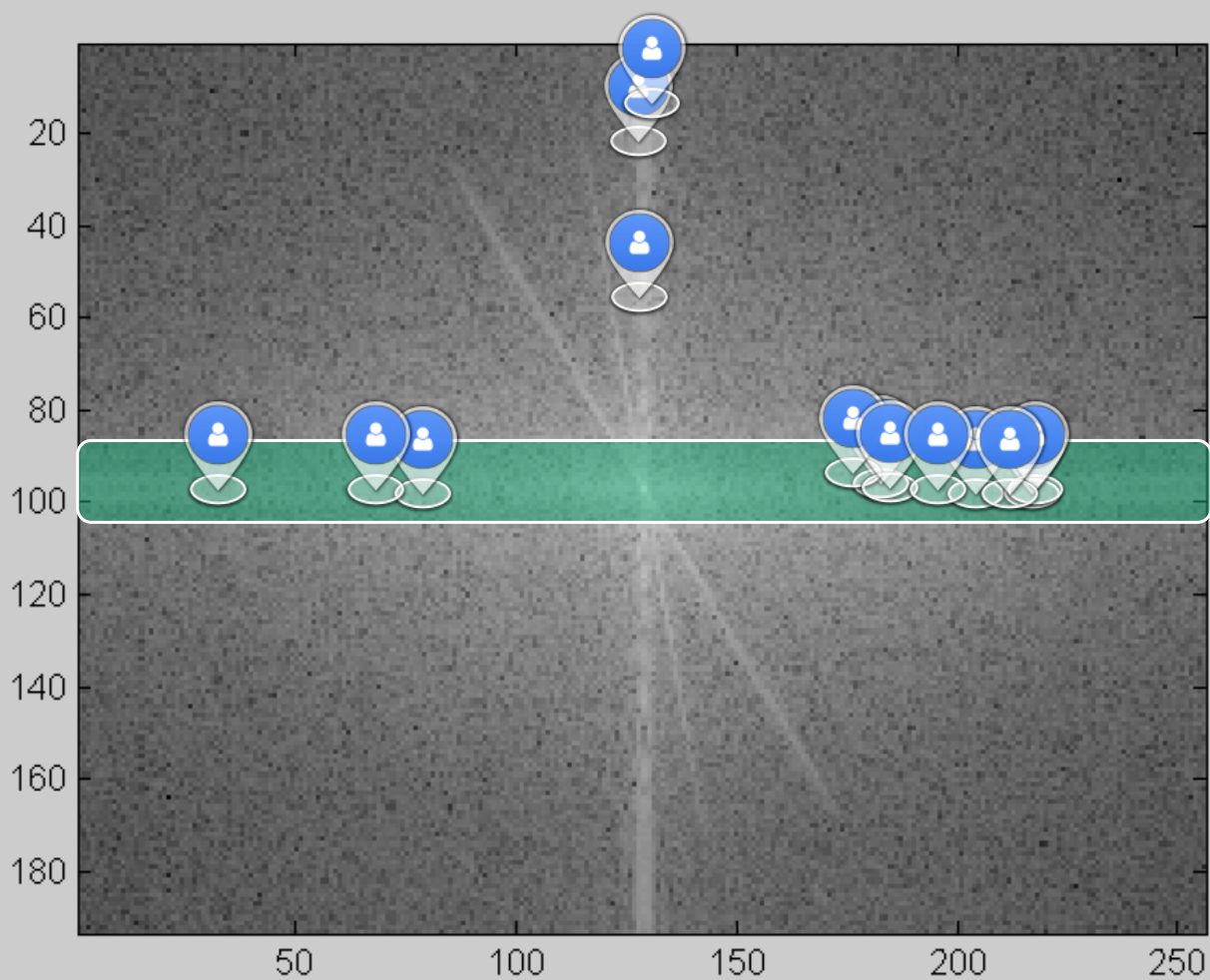
```
import matplotlib.pyplot as plt  
plt.imshow(np.log(np.abs(np.fft.fftshift(fil_fft))))
```





1. Identifiez la ligne correspondant aux arêtes verticales dans la FFT suivante

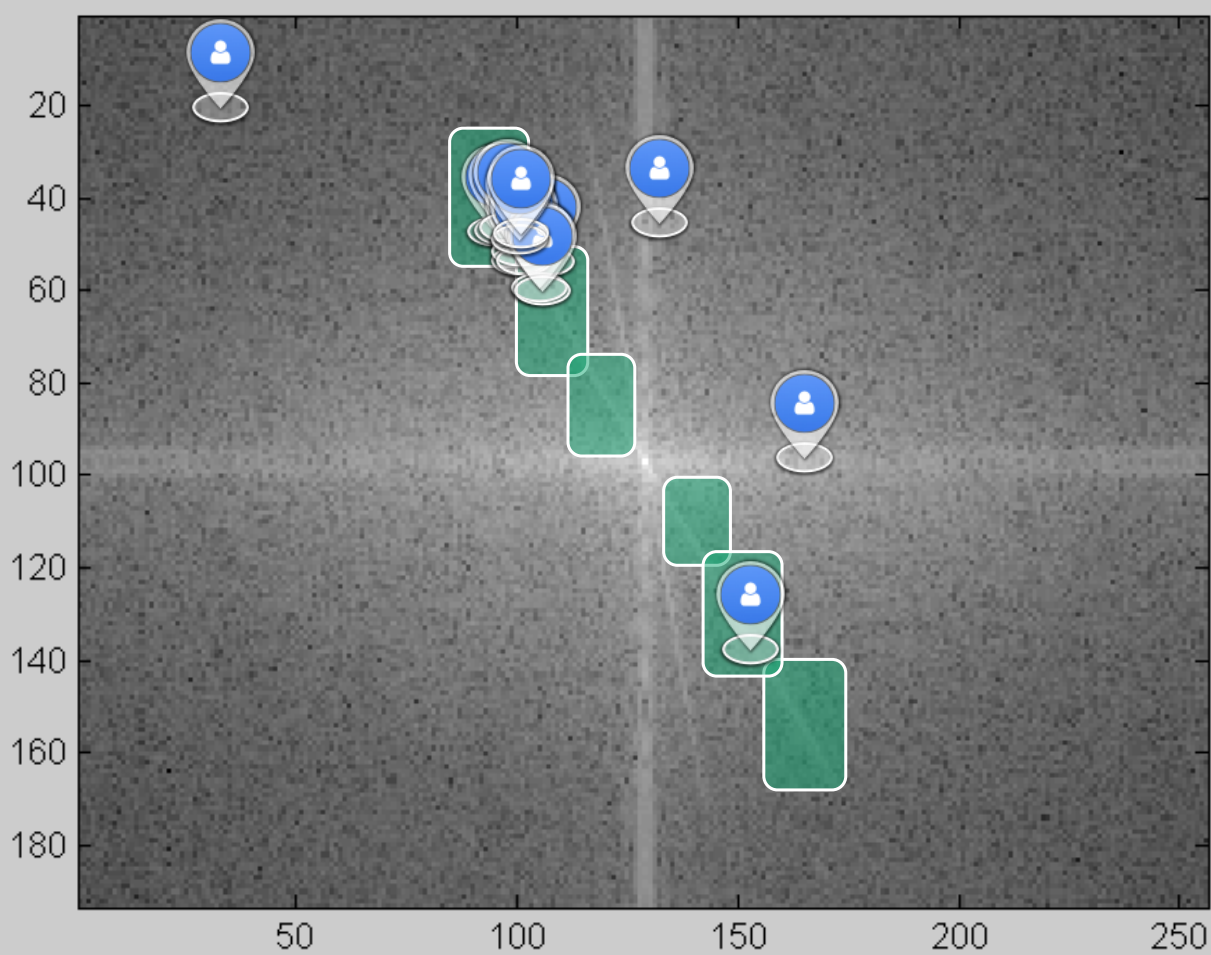
14 répondants





2. Identifiez la ligne correspondant à l'arête entre le pont et le ciel.

16 répondants



Une **convolution** (8 ) dans le domaine spatial est équivalente à une **multiplication** (6 ) dans le domaine spectral.

Le théorème de la convolution

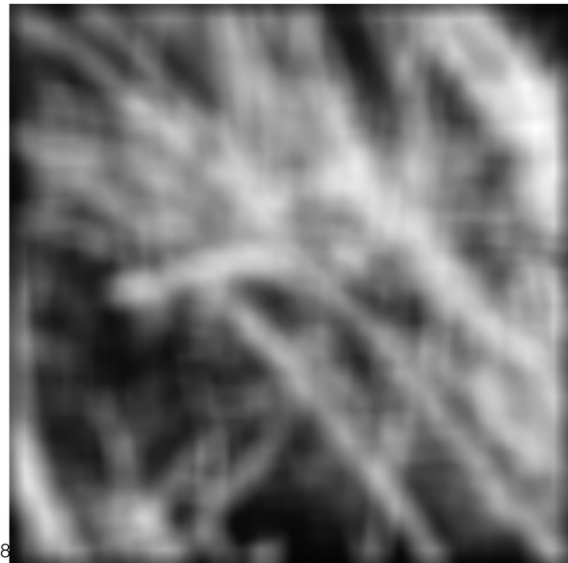
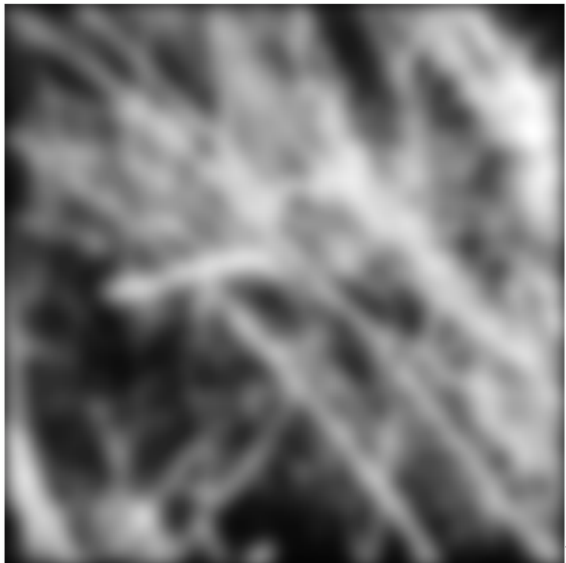
- La transformée de Fourier d'une convolution de deux fonctions est le produit de leur transformée de Fourier

$$F(g * h) = F(g)F(h)$$

- En français : une **convolution** dans le domaine spatial est équivalent à une **multiplication** dans le domaine spectral



Pourquoi le filtre gaussien nous donne une image lisse,
mais pas le filtre boîte?



18



4. Associez les éléments à leur transformée de Fourier (TF)

18 répondants

A. image



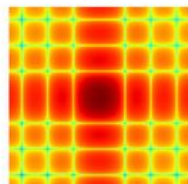
B. filtre gaussien



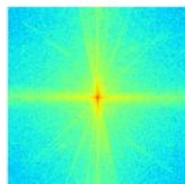
C. filtre en boîte



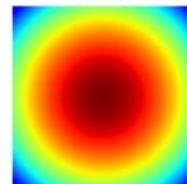
TF 1



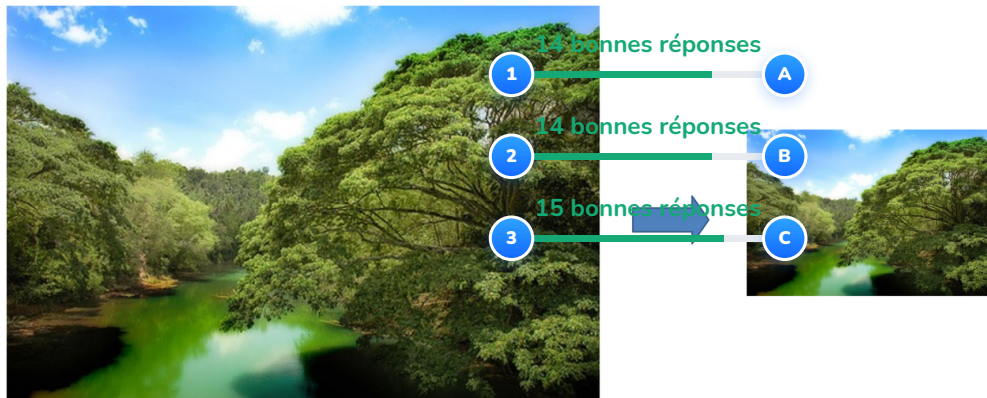
TF 2



TF 3

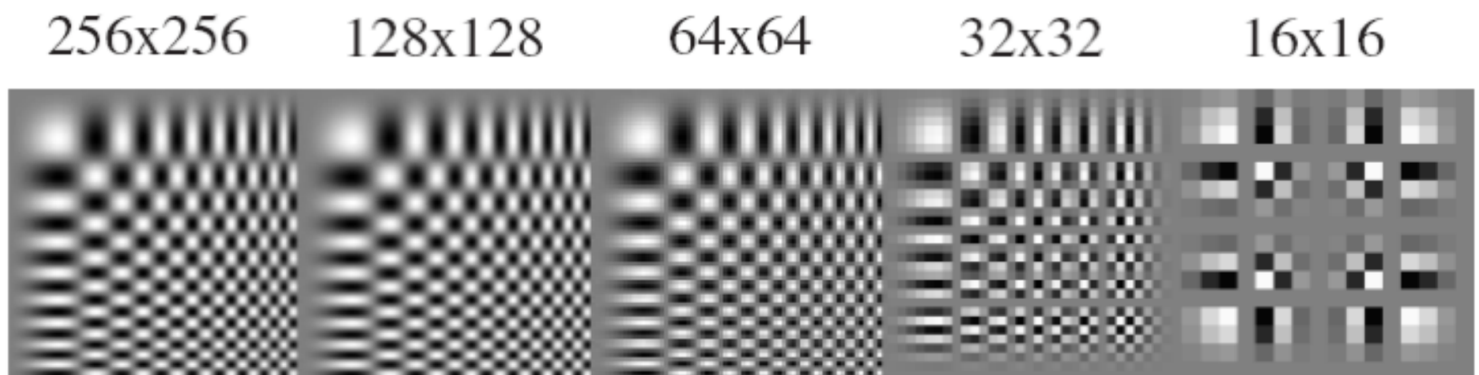


Pourquoi une image à plus faible résolution est toujours compréhensible?
Quelle est l'information perdue?



22

Image: <http://www.flickr.com/photos/igorms/136916757/>

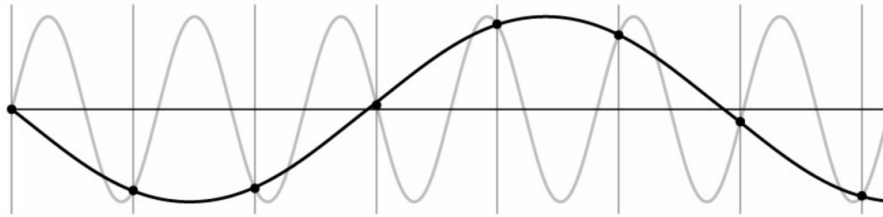


23

Forsyth and Ponce 2002

Échantillonnage et reconstruction

- Surprise: le signal reconstruit est confondu avec un *autre* signal, à fréquence plus faible

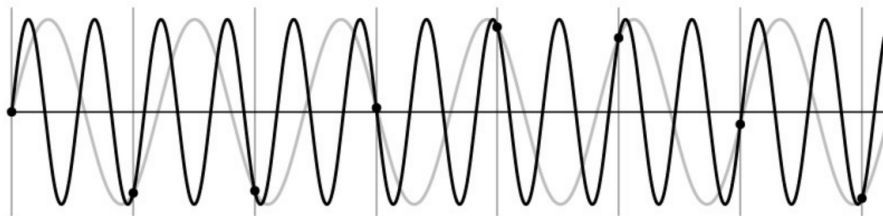


24

Source: S. Marschner

Recouvrement spectral

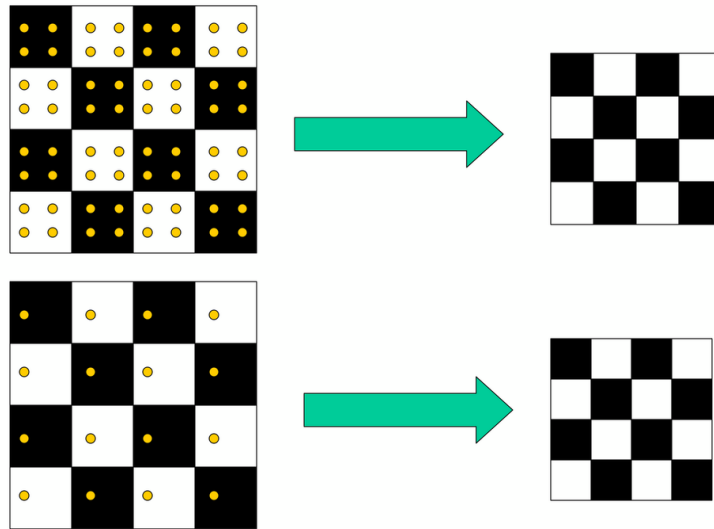
- Signaux de fréquences différentes « déguisés » dans notre signal original



25

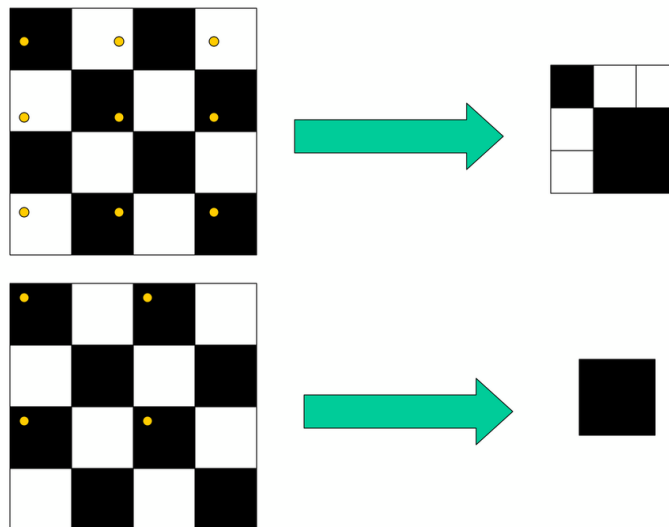
Source: S. Marschner

Bon échantillonnage



26

Mauvais échantillonnage = recouvrement!

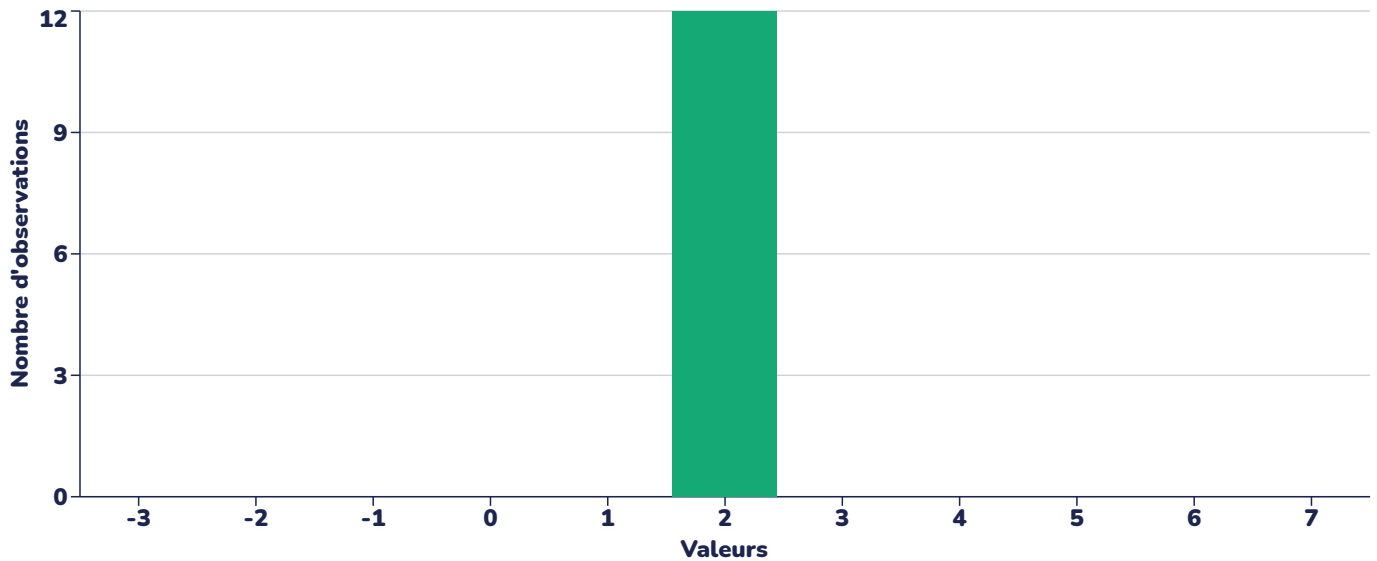


27



5. Selon le théorème d'échantillonnage de Nyquist-Shannon, la fréquence d'échantillonnage devrait être au-moins combien de fois plus grande que la fréquence maximale du signal ?

12 bonnes réponses
sur 12 répondants



2

Minimum

2

Moyenne

2

Maximum

2

Médiane

0

Écart type

0

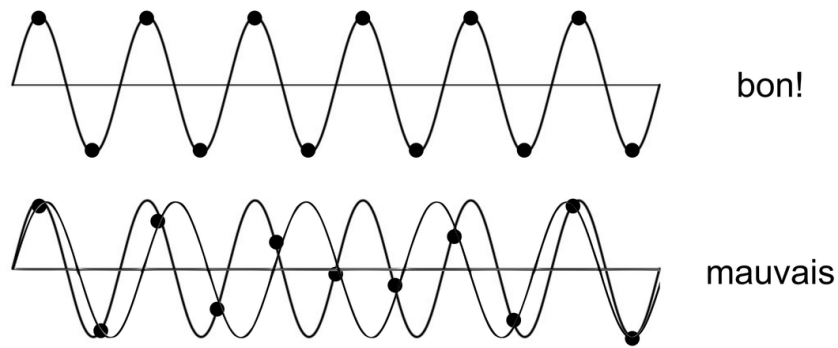
Variance

bonne réponse

2

Théorème d'échantillonnage Nyquist-Shannon

- La fréquence d'échantillonnage d'un signal devrait être $\geq 2 \times f_{\max}$
 - $f_{\max}$ = fréquence maximale du signal $f_e \geq 2f_{\max}$
- Cette condition respectée garantit la reconstruction du signal original



28



6. Que faire pour éviter le recouvrement spectral ? Identifiez toutes les bonnes réponses.

0 bonne réponse sur 19 répondants

☒	Augmenter la fréquence d'échantillonnage	42%	8 votes
☒	Diminuer la fréquence maximale du signal	53%	10 votes
☐	On ne peut rien y faire ˘(˘)˘/	16%	3 votes
☒	Filtrer l'image avec un filtre gaussien	68%	13 votes
☐	Filtrer l'image avec un filtre en boîte	32%	6 votes
☒	Porter des vêtements unis et non striés	26%	5 votes
☒	Augmenter le nombre d'images par seconde de la caméra vidéo	26%	5 votes
☐	Échantillonner une région plus petite de l'image	26%	5 votes

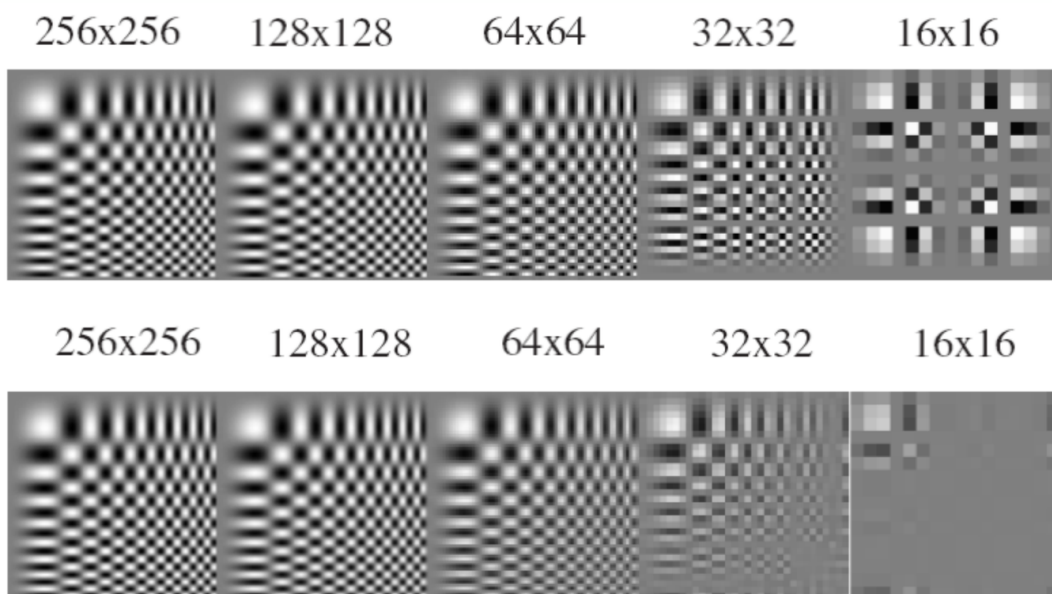
Anti-recouvrement (anti-aliasing)

$$f_e \geq 2f_{\max}$$

- 2 solutions:
 1. Augmenter la fréquence d'échantillonnage!
 2. Réduire les fréquences qui sont plus grandes que la moitié de la fréquence d'échantillonnage
 - Perte d'information
 - Mieux que le recouvrement spectral!

29

Recouvrement spectral



30

Forsyth and Ponce 2002