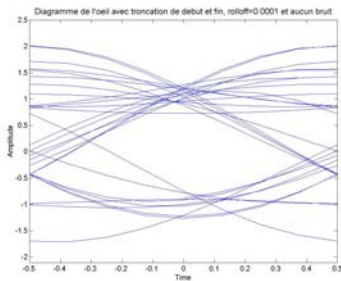


Mercredi le 12 mars 2014; Durée: 13h30 à 15h20
Aucune documentation permise; une calculatrice permise

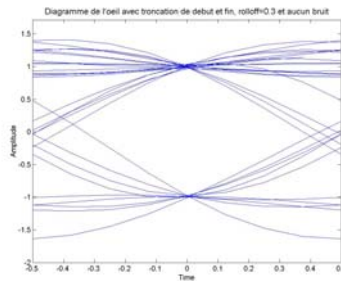
Problème 1 (25 points sur 100) *Module 2*

- A. (10 points) Pour les trois impulsions « raised cosine » illustrées, donner les avantages/désavantages en faisant référence aux diagrammes suivantes :

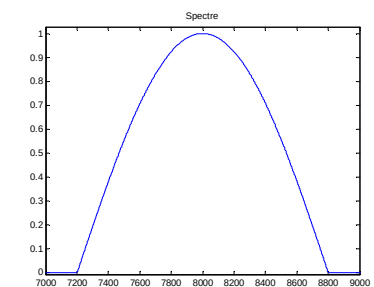
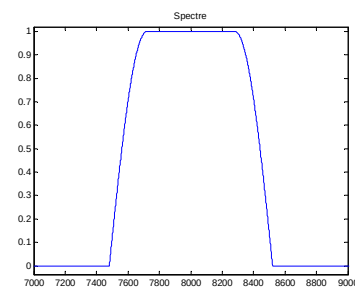
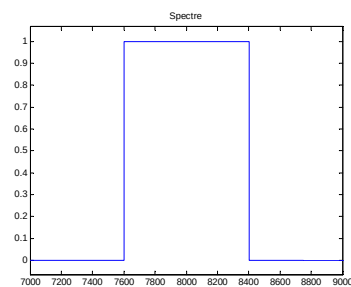
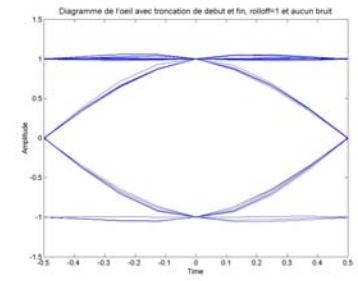
facteur d'affaiblissement=0



facteur d'affaiblissement=0.3

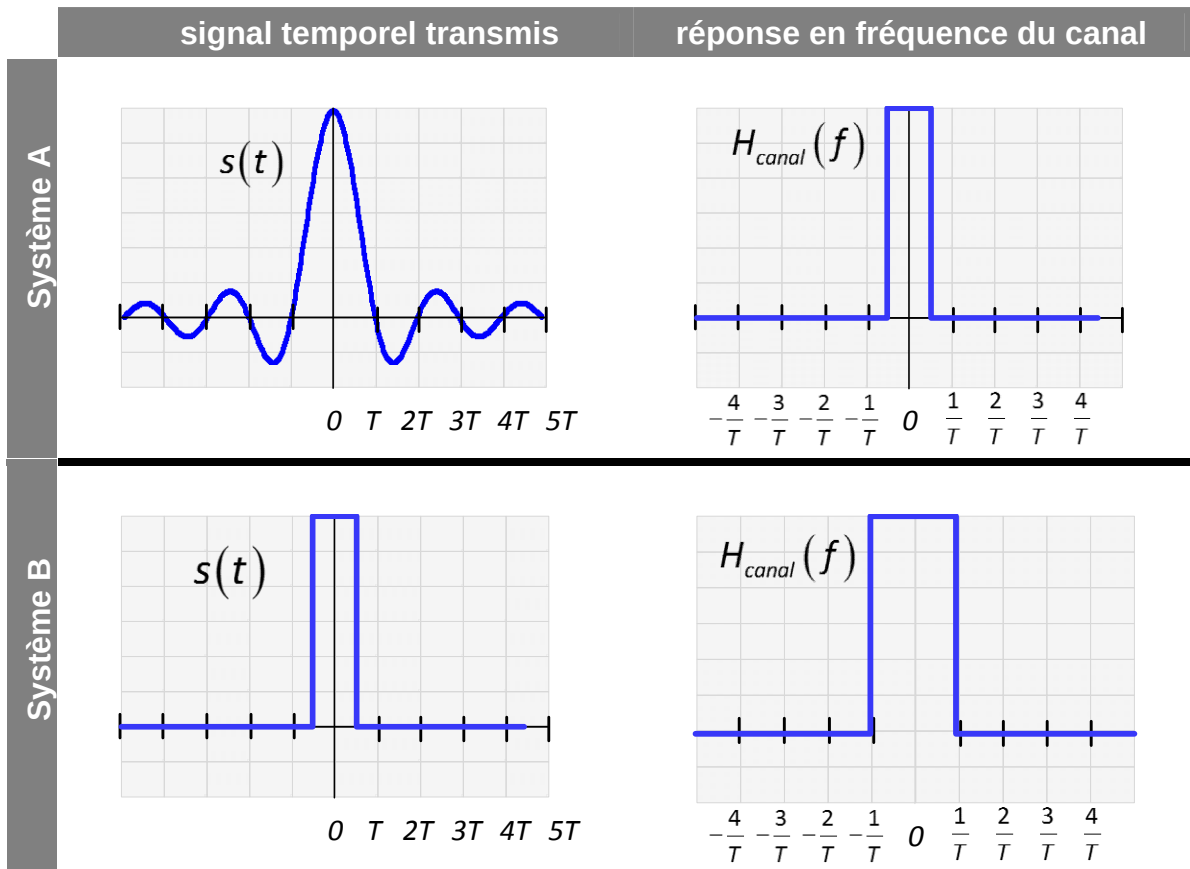


facteur d'affaiblissement=1



- B. (5 points) Quelle est l'impulsion Nyquist idéale et dans quel sens est-il optimal?

- C. (10 points) Lequel de deux systèmes suivants souffrira plus de l'effet « interférence intersymbole » (ISI), et pourquoi?



Problème 2 (20 points) **Module 2**

Pour les signaux

$$s_1(t) = 1, \quad 0 \leq t \leq 1$$

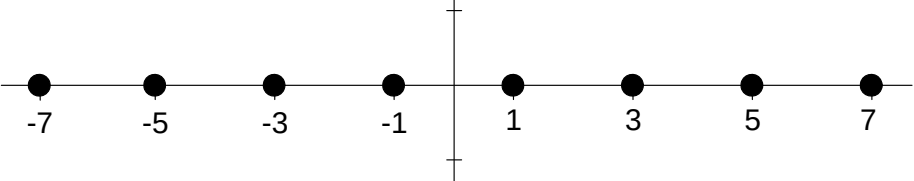
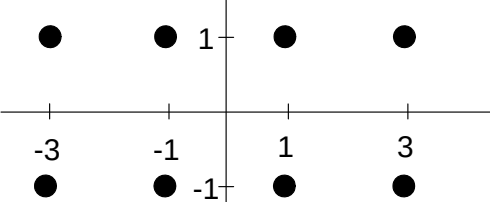
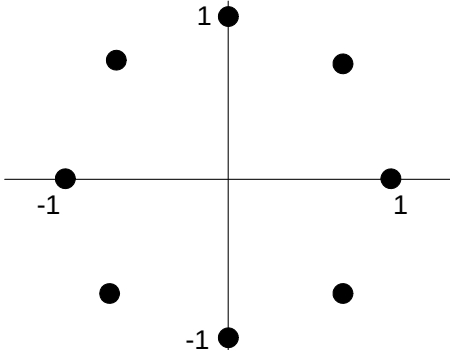
$$s_2(t) = \cos 2\pi t, \quad 0 \leq t \leq 1$$

$$s_3(t) = \cos^2 \pi t, \quad 0 \leq t \leq 1$$

- A. (10 points) Est-ce que ces signaux ont la même énergie? Quelle est l'énergie moyenne par bit?
- B. (10 points) Donnez une base orthonormée pour ces trois signaux.

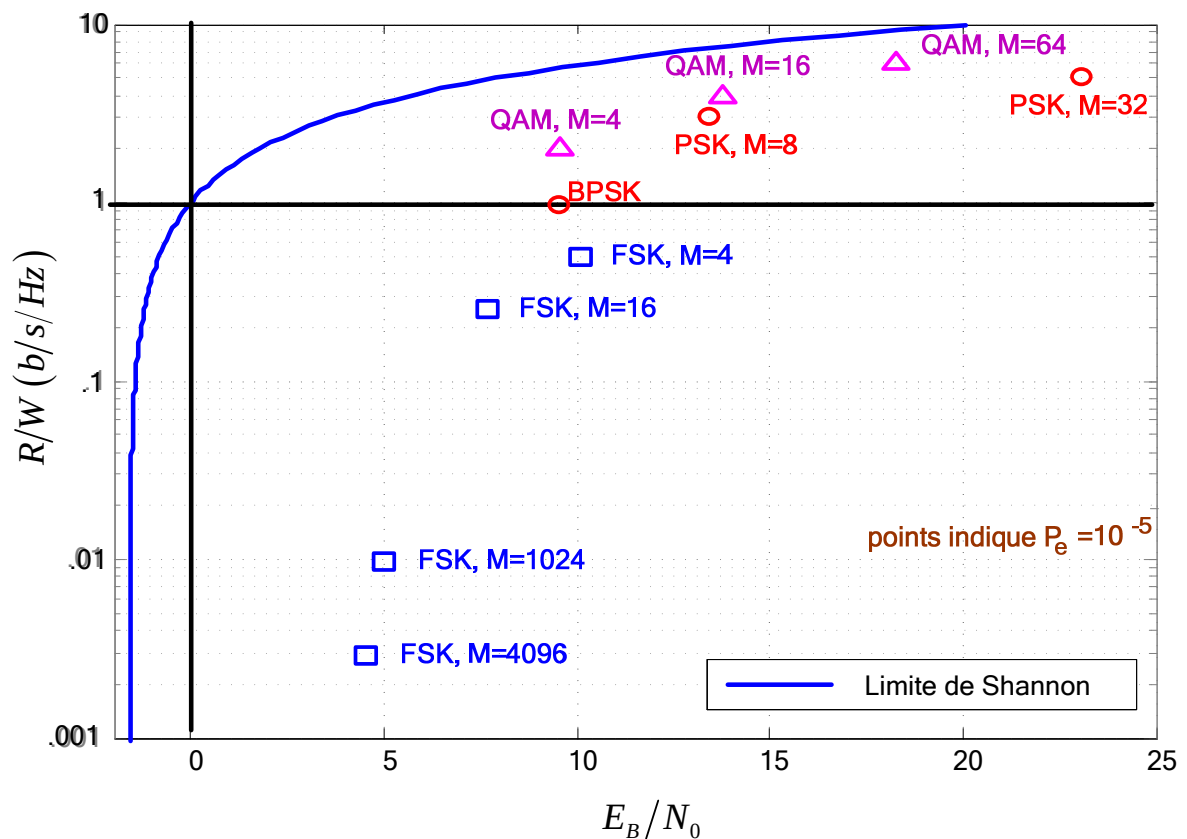
Problème 3 (55 points sur 100) *Module 3*

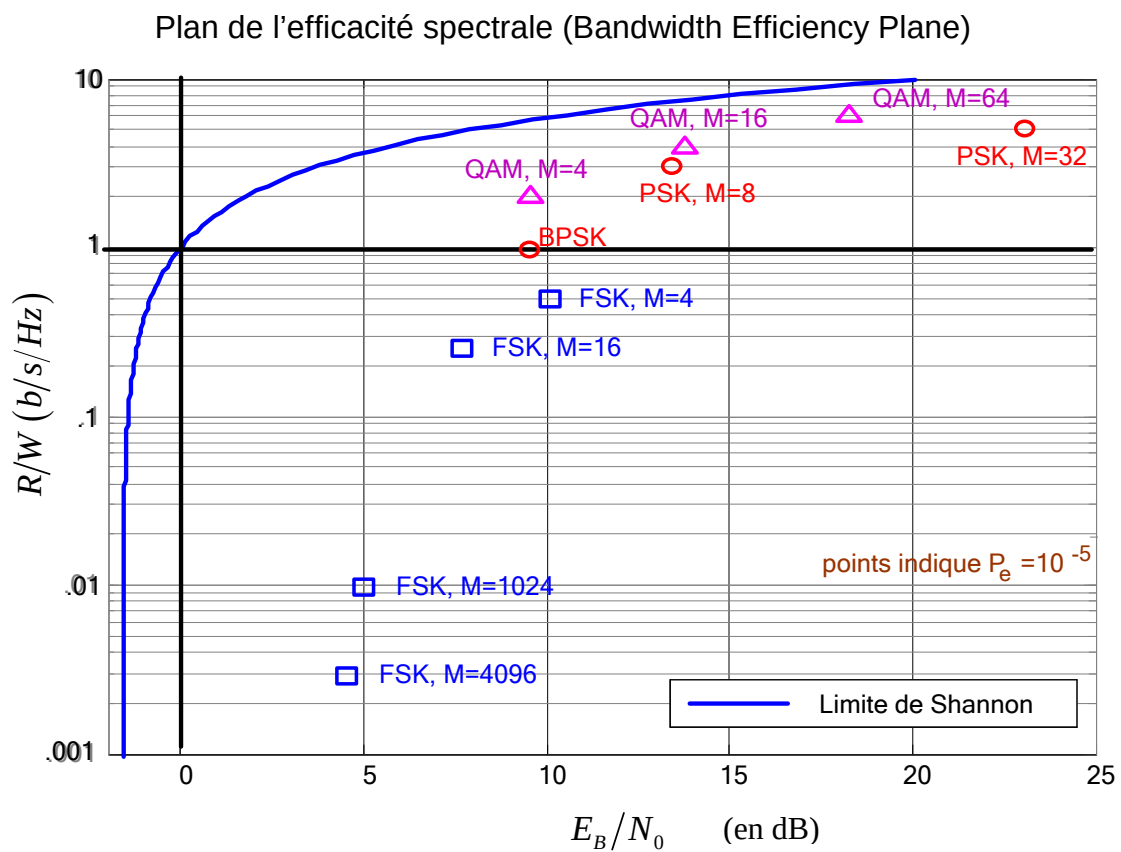
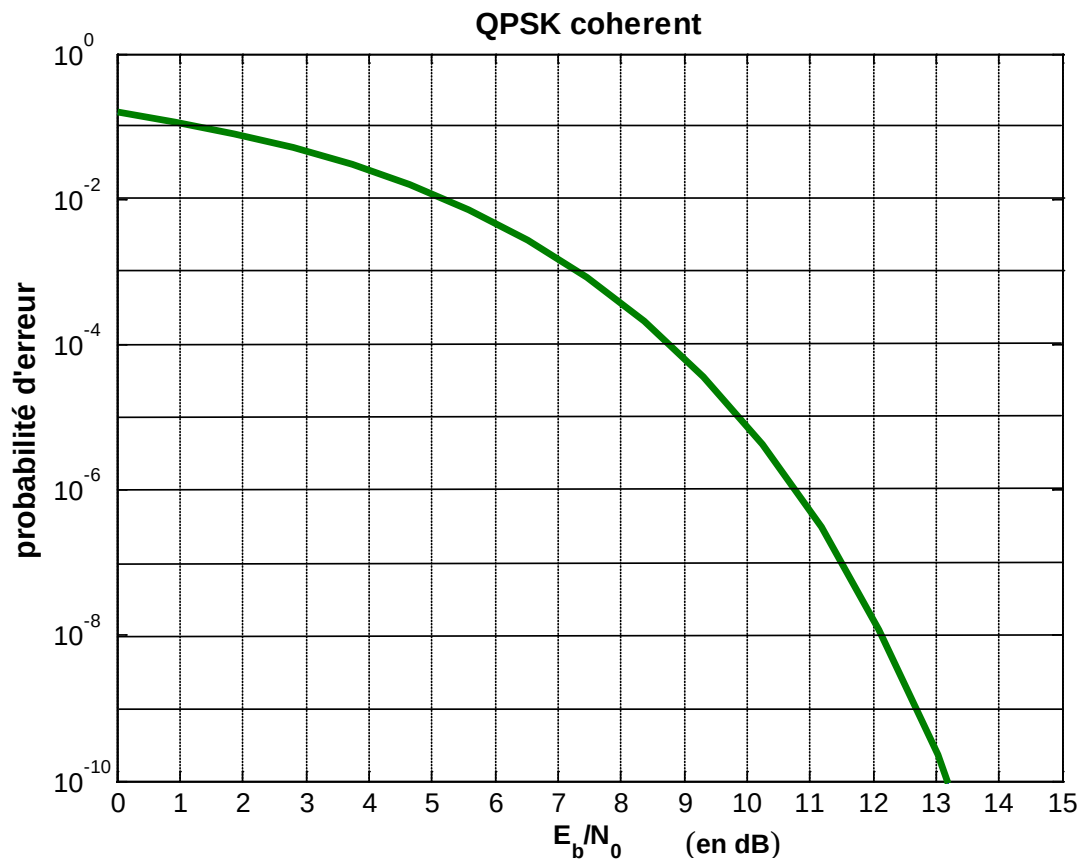
Voici quatre constellations de 8 symboles avec énergie moyenne par symbole de E_s :

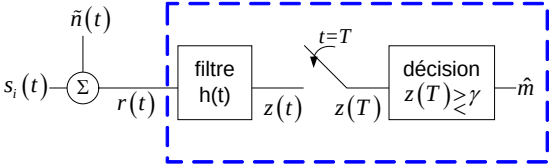
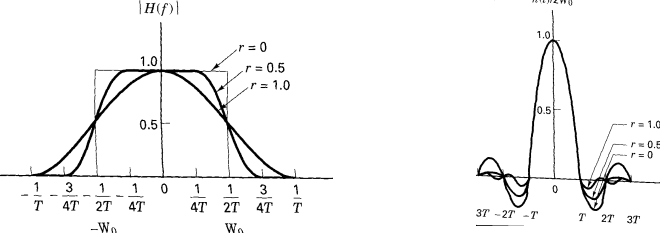
A									
B									
C									
D	Hypercube de dimension 8; points de constellation à <table><tr><td>$(\sqrt{E_s}, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$</td><td>$(0, \sqrt{E_s}, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$</td><td>$(0, 0, \sqrt{E_s}, 0, 0, 0, 0, 0)$</td><td>$(0, 0, 0, \sqrt{E_s}, 0, 0, 0, 0)$</td></tr><tr><td>$(0, 0, 0, 0, \sqrt{E_s}, 0, 0, 0)$</td><td>$(0, 0, 0, 0, 0, \sqrt{E_s}, 0, 0)$</td><td>$(0, 0, 0, 0, 0, 0, \sqrt{E_s}, 0)$</td><td>$(0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \sqrt{E_s})$</td></tr></table>	$(\sqrt{E_s}, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$	$(0, \sqrt{E_s}, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$	$(0, 0, \sqrt{E_s}, 0, 0, 0, 0, 0)$	$(0, 0, 0, \sqrt{E_s}, 0, 0, 0, 0)$	$(0, 0, 0, 0, \sqrt{E_s}, 0, 0, 0)$	$(0, 0, 0, 0, 0, \sqrt{E_s}, 0, 0)$	$(0, 0, 0, 0, 0, 0, \sqrt{E_s}, 0)$	$(0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \sqrt{E_s})$
$(\sqrt{E_s}, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$	$(0, \sqrt{E_s}, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$	$(0, 0, \sqrt{E_s}, 0, 0, 0, 0, 0)$	$(0, 0, 0, \sqrt{E_s}, 0, 0, 0, 0)$						
$(0, 0, 0, 0, \sqrt{E_s}, 0, 0, 0)$	$(0, 0, 0, 0, 0, \sqrt{E_s}, 0, 0)$	$(0, 0, 0, 0, 0, 0, \sqrt{E_s}, 0)$	$(0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \sqrt{E_s})$						

- A. (10 points) Donnez la correspondance entre les constellations et les modulations 8PSK, 8QAM, 8PAM, et 8FSK.
- B. (5 points) Comment savons-nous que seulement la constellation D a les coordonnées dans l'espace du signal?

- C. (10 points) Supposons que 1 Mb/s est transmis avec l'impulsion de Nyquist idéale. Quelle est la largeur de bande (en Hz) pour chaque constellation et l'efficacité spectrale (en b/s/Hz) pour la détection cohérente?
- D. (10 points) Calculer les coordonnées pour l'espace du signal pour les constellations A et B.
- E. (5 points) Trouvez la probabilité d'erreur en fonction de E_b/N_0 pour la constellation A en utilisant l'estimé provenant de la borne de l'union.
- F. (5 points) Trouvez la perte en dB par rapport au QPSK pour constellation A.
- G. (10 points) Mettre le point pour constellation A dans le graphique suivant

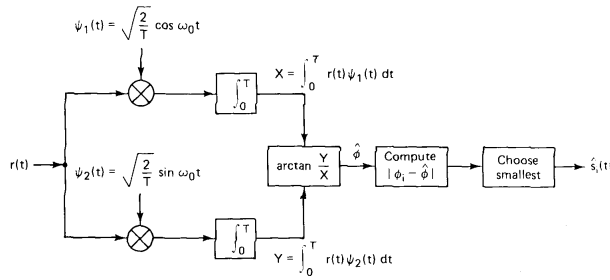




Récepteur d'échantillonnage 	MAP: i qui maximise $p(z s_i) p(s_i)$ i qui minimise $\ \mathbf{r} - \mathbf{s}_i\ ^2 - N_0 \ln P(\mathbf{s}_i)$ $P(\mathbf{s}_i)$ = probabilité a priori de symbole $\mathbf{s}_i$ ML: i qui maximise $p(z s_i)$ i qui minimise $\ \mathbf{r} - \mathbf{s}_i\ ^2$
Raised cosine $v(t) = \frac{\sin(\pi t/T_s)}{\pi t/T_s} \frac{\cos(r\pi t/T_s)}{1 - 4r^2 t^2/T_s^2}$ 	Énergie moyenne $E_{\text{moy}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \ \mathbf{s}_i\ ^2$ $= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M [\text{énergie du signal } i]$ Énergie par bit v. énergie par symbole $E_b \log_2 M = E_s$
QAM $\eta = \log_2 M$ Conversion de l'espace I/Q vers espace du signal $(\tilde{a}_n^I, \tilde{a}_n^Q) = \sqrt{\frac{M \cdot E_s}{\sum_{i=1}^M [(a_n^I)^2 + (a_n^Q)^2]}} (a_n^I, a_n^Q)$ coordonnées, espace du signal (blue arrow pointing to $\tilde{a}_n^I, \tilde{a}_n^Q$) coordonnées, espace I/Q (red arrow pointing to a_n^I, a_n^Q) cas rectangulaire (carrée) $M=L^2$ $P_e = 2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) Q \left(\sqrt{\frac{3 \log_2 M}{(M-1)}} \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right) \quad d_{\min} = \sqrt{\frac{6 \log_2 L}{L^2 - 1}}$	Borne d'union $P_e \approx \frac{2K}{M} Q \left(\frac{D_{\min}}{\sqrt{2N_0}} \right) = \frac{2K}{M} Q \left(d_{\min} \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right)$ K est le nombre des paires des signaux séparés par la distance minimale $D_{\min}$ Distance minimale dans l'espace du signal $D_{\min} = \min_{i \neq k} \ \mathbf{s}_i - \mathbf{s}_k\ \quad \text{et} \quad d_{\min} = \frac{D_{\min}}{\sqrt{2E_b}}$
$P_e(\text{BPSK}) = Q \left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} \right)$ $P_e(\text{OOK}) = Q \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right)$ $P_e(\text{QPSK}) \approx 2Q \left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} \right)$ Perte par rapport à QPSK $d_{\min} = \sqrt{x} \sqrt{2} \quad \text{perte} = -10 \log_{10} x$	Pour une modulation orthogonale $P_e(\text{bit}) = P_b = P_e(\text{symbol}) \frac{M/2}{M-1}$ Pour une modulation non-orthogonale avec codage de gray $P_e(\text{bit}) = P_b = \frac{P_e(\text{symbol})}{\log_2 M}$ Efficacité spectrale $\eta = \frac{R_b}{W} = \frac{1}{T_b} \frac{1}{W} \text{ bits/s/Hz}$

MPSK cohérent

$$\eta = \log_2 M^\dagger$$

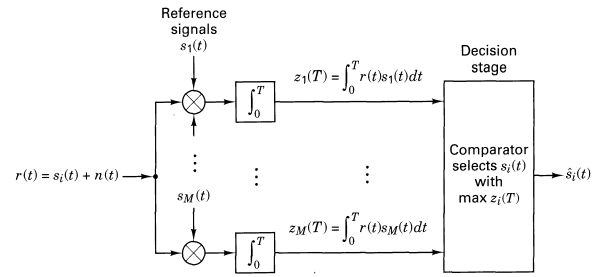


$$P_e(M) \approx 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}} \sin \frac{\pi}{M}\right)$$

$$= 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_b \log_2 M}{N_0}} \sin \frac{\pi}{M}\right)$$

MFSK cohérent

$$\eta = \frac{2 \log_2 M}{M+1}$$

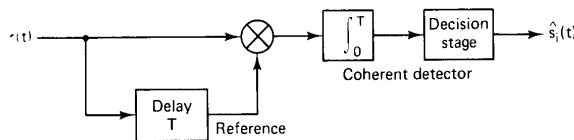


$$P_e = (M-1)Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) = (M-1)Q\left(\sqrt{\frac{E_b \log_2 M}{N_0}}\right)$$

Séparation minimale $1/2T_s$

DPSK incohérent

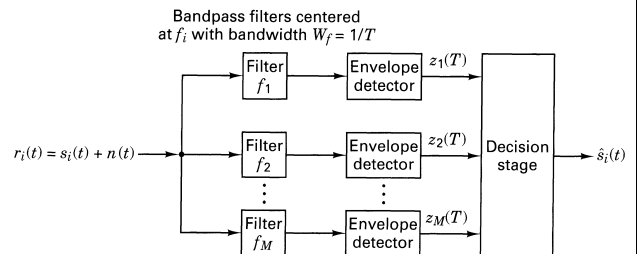
$$P_e = \frac{1}{2}e^{-E_b/N_0}$$



~1 dB de perte entre DPSK et BPSK

MFSK incohérent

$$\eta = \frac{\log_2 M}{M}$$



$$P_e(BFSK) = \frac{1}{2}e^{-E_b/2N_0}$$

~1 dB de perte BFSK cohérente vs. incohérente

Séparation minimale $1/T_s$

Loi de Shannon

$$C = W \log_2(1 + SNR)$$

$$SNR = \frac{E_b}{N_0} \eta$$

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{W}{C} (2^{C/W} - 1) \quad \frac{C}{W} \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{E_b}{N_0} \rightarrow -1.6 \text{ dB}$$

Relations trigonométriques

θ	$\cos \theta$	$\sin \theta$	$\tan \theta$	$\tan(y) = x$ $\Leftrightarrow y = \arctan x + k\pi$
0	1	0	0	
$\pi/8$	.85	.38	.41	$\cos^2 \theta = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\theta)$
$\pi/4$	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	1	$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$
$\pi/3$	1/2	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}$	$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$
$\pi/2$	0	1	∞	

Processus Gram Schmidt

$$\psi_1(t) = \frac{1}{\sqrt{E_1}} s_1(t) \text{ où } E_1 = \int_0^T s_1^2(t) dt$$

$$\theta_2(t) = s_2(t) - \langle s_2(t), \psi_1(t) \rangle \psi_1(t)$$

$$E_2 = \int_0^T \theta_2^2(t) dt \quad \psi_2(t) = \frac{\theta_2(t)}{\sqrt{E_2}}$$

$$i. \quad \theta_i(t) = s_i(t) - \sum_{k=1}^{i-1} \langle s_i(t), \psi_k(t) \rangle \psi_k(t)$$

$$E_i = \int_0^T \theta_i^2(t) dt \quad \psi_i(t) = \frac{\theta_i(t)}{\sqrt{E_i}}$$

[†] en supposant une impulsion Nyquist idéale