

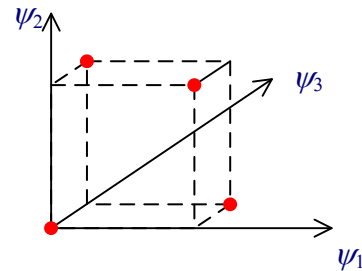
Mercredi 9 mars 2016; Durée: 13h30 à 15h20

Deux feuilles de documentation fournies; une calculatrice permise

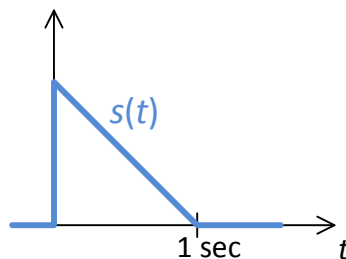
Problème 1 (20 points sur 100) **Module 2 (BCD) 3 (A)**

- A. (5 points) Est-ce que la modulation suivante est une modulation orthogonale? Justifiez votre réponse.

$$\begin{aligned} s_1 &= [0 \quad 0 \quad 0] \sqrt{E_b} \\ s_2 &= [4/3 \quad 4/3 \quad 0] \sqrt{E_b} \\ s_3 &= [0 \quad 4/3 \quad 2/3] \sqrt{E_b} \\ s_4 &= [4/3 \quad 0 \quad 2/3] \sqrt{E_b} \end{aligned}$$



- B. (5 points) Dans quelles circonstances sont les récepteurs ML (maximum likelihood ou plus vraisemblable) et MAP (maximum a posteriori) équivalents?
- C. (5 points) Donnez une équation et une esquisse de la réponse impulsionnelle $h(t)$ pour le filtre adapté au signal suivant



- D. (5 points) Donnez une esquisse du récepteur avec corrélateur pour le signal du problème 1C qui est équivalent au récepteur de filtre adapté.

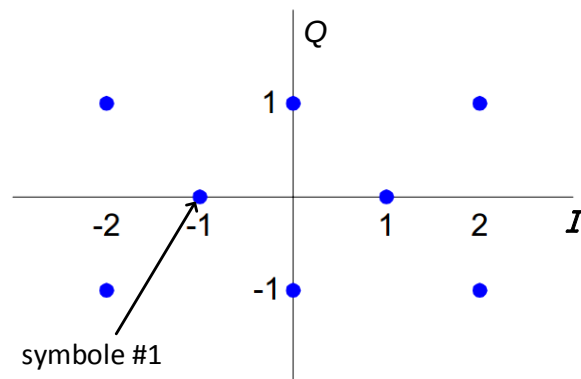
Problème 2 (15 points sur 100) *Module 3*

E. (15 points) Complétez la table suivante dans votre cahier bleu.

Format de modulation	Dimensionnalité de l'espace du signal	Symboles d'énergie égale (oui/non)	Modulation orthogonale (oui/non)
OOK			
BPSK			
16QAM			
8FSK			
DBPSK			

Problème 3 (35 points sur 100) *Module 3*

Soit une modulation 8QAM **NON**-rectangulaire.



- A. (15 points) En supposant que tous les symboles ont la même probabilité *a priori*, donnez une esquisse de la région de décision (dans l'espace IQ) pour le symbole #1?

Pour les trois vecteurs reçus suivants, indiquez si le vecteur tombe dans la région de décision pour le symbole #1.

coordonnées IQ (r_1, r_2)	Choisir symbole 1? oui/non
$(-1.5, 0)$	
$(-0.5, .75)$	
$(-1, -0.95)$	

- B. (10 points) Donnez les coordonnées des symboles dans l'espace du signal.
- C. (10 points) Donnez la probabilité d'erreur du symbole en utilisant l'approximation venant de la borne d'union.

Problème 4 (30 points sur 100) *Module 3*

Supposons un système avec un taux binaire de 1024 b/s et une impulsion Nyquist idéale pour les trois modulations suivantes. Supposons la détection cohérente pour le 16QAM et la détection non cohérente pour DBPSK et 8FSK.

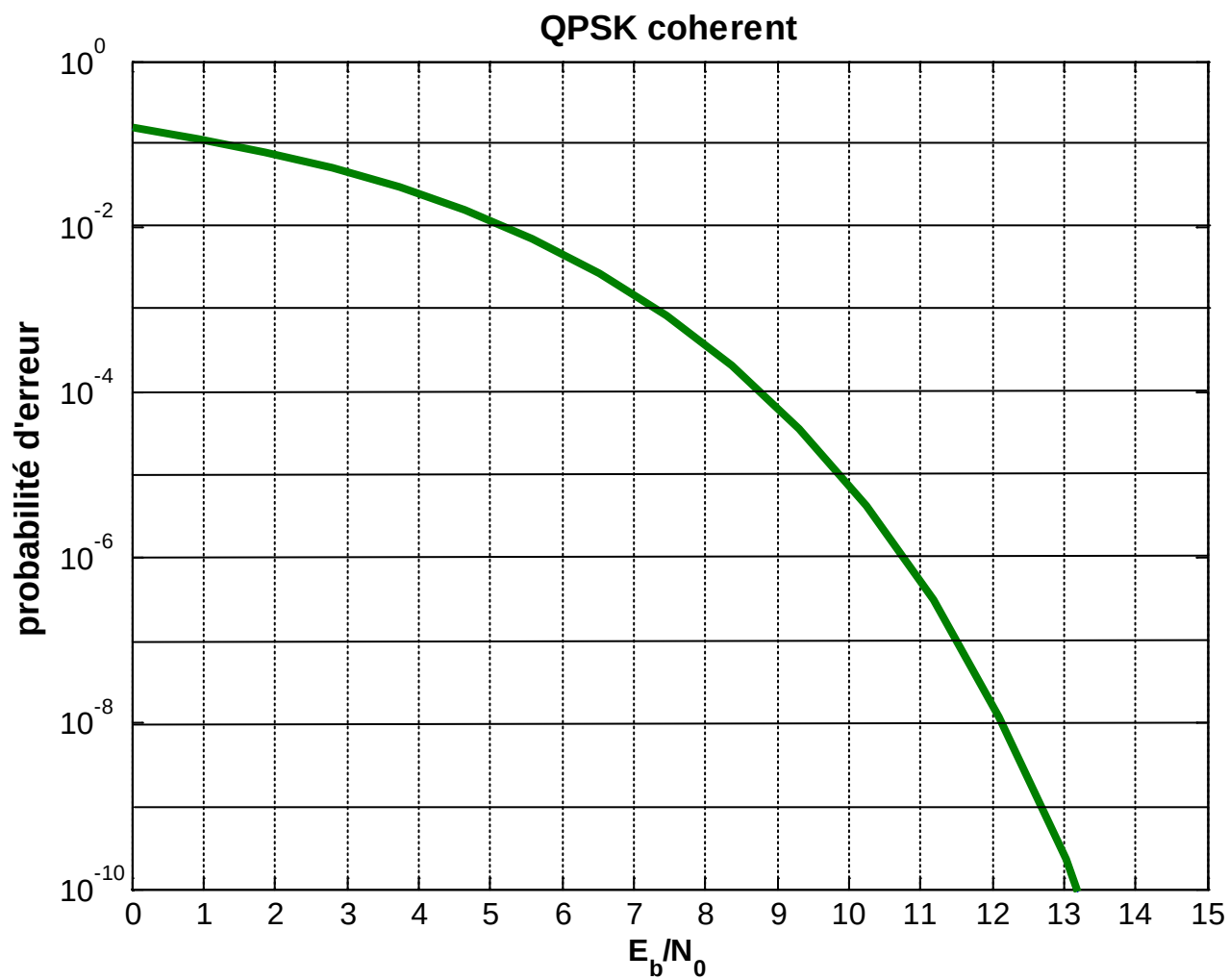
	$s_1 = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \sqrt{E_s}$ $s_2 = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \sqrt{E_s}$ $s_3 = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \sqrt{E_s}$ $s_4 = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \sqrt{E_s}$ $s_5 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0] \sqrt{E_s}$ $s_6 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0] \sqrt{E_s}$ $s_7 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0] \sqrt{E_s}$ $s_8 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1] \sqrt{E_s}$	
DBPSK	8FSK	16QAM

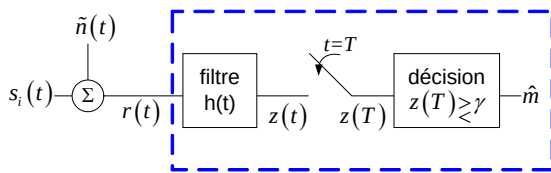
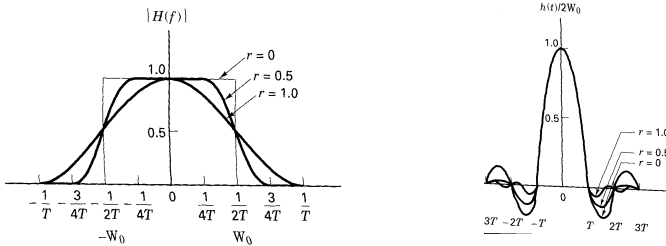
A. (15 points) Pour chaque modulation, donnez le suivant

- Largeur de bande totale occupée
- Une esquisse du spectre
- Efficacité spectrale en b/s/Hz

B. (15 points) Discutez les compromis de performance pour chaque modulation en utilisant la matrice suivante. Par exemple, indiquez quelle modulation est la meilleure/pire pour chaque critère, ou comment les modulations se distinguent pour un critère.

DBPSK	8FSK	16QAM	
			BER vs. E_b/N_0
			efficacité spectrale
			complexité



Récepteur d'échantillonnage**MAP:** i qui maximise $p(z|s_i) p(s_i)$ i qui minimise $\|\mathbf{r} - \mathbf{s}_i\|^2 - N_0 \ln P(\mathbf{s}_i)$ $P(\mathbf{s}_i)$ = probabilité a priori de symbole $\mathbf{s}_i$ **ML:** i qui maximise $p(z|s_i)$ i qui minimise $\|\mathbf{r} - \mathbf{s}_i\|^2$ **Raised cosine** $v(t) = \frac{\sin(\pi t/T_s)}{\pi t/T_s} \frac{\cos(r\pi t/T_s)}{1 - 4r^2 t^2/T_s^2}$ **Énergie moyenne**

$$E_{\text{moy}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \|\mathbf{s}_i\|^2$$

$$= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M [\text{énergie du signal } i]$$

Énergie par bit v. énergie par symbole

$$E_b \log_2 M = E_s$$

QAM**Conversion de l'espace I/Q vers espace du signal**

$$\begin{pmatrix} \tilde{a}_n^I, \tilde{a}_n^Q \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{M \cdot E_s}{\sum_{i=1}^M [(a_n^I)^2 + (a_n^Q)^2]}} \begin{pmatrix} a_n^I, a_n^Q \end{pmatrix}$$

coordonnées,
espace du
signalcoordonnées,
espace I/Q**cas rectangulaire (carrée) $M=L^2$**

$$P_e = 2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) Q \left(\sqrt{\frac{3 \log_2 M}{(M-1)} \frac{E_b}{N_0}} \right) \quad d_{\min} = \sqrt{\frac{6 \log_2 L}{L^2 - 1}}$$

Borne d'union

$$P_e \approx \frac{2K}{M} Q \left(\frac{D_{\min}}{\sqrt{2N_0}} \right) = \frac{2K}{M} Q \left(d_{\min} \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right)$$

 K est le nombre des paires des signaux séparés par la distance minimale $D_{\min}$ **Distance minimale** dans l'espace du signal

$$D_{\min} = \min_{i \neq k} \|\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_k\| \quad \text{et} \quad d_{\min} = \frac{D_{\min}}{\sqrt{2E_b}}$$

Pour une modulation orthogonale

$$P_e(\text{bit}) = P_b = P_e(\text{symbol}) \frac{M/2}{M-1}$$

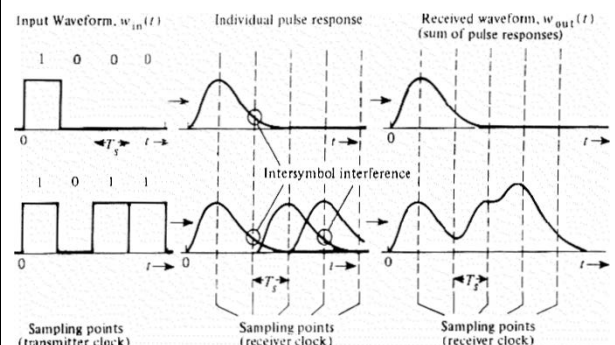
$$P_e(\text{BPSK}) = Q \left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} \right)$$

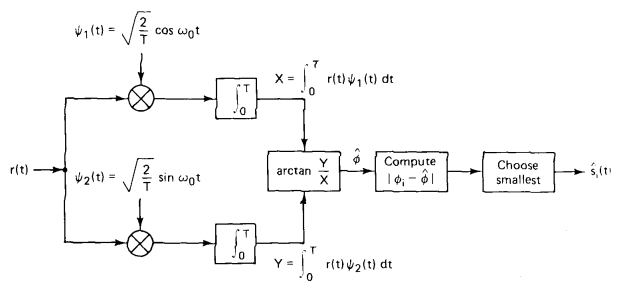
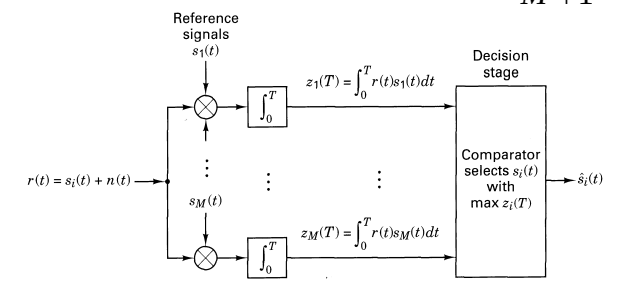
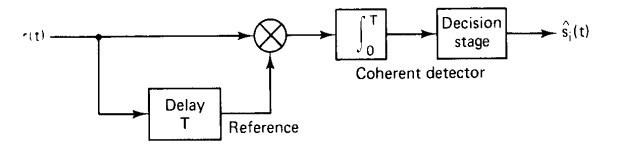
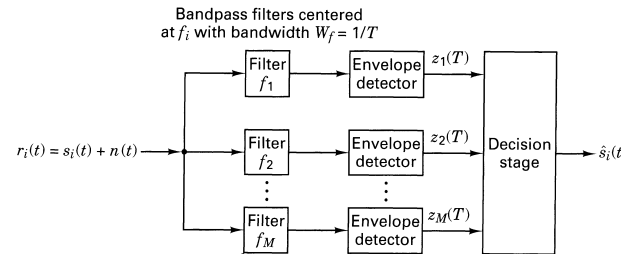
$$P_e(\text{OOK}) = Q \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right)$$

$$P_e(\text{QPSK}) \approx 2Q \left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} \right)$$

Perte par rapport à QPSK

$$d_{\min} = \sqrt{x} \sqrt{2} \quad \text{perte} = -10 \log_{10} x$$

L'effet d'ISI

MPSK cohérent $\eta = \log_2 M^\dagger$  $P_e(M) \approx 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}} \sin \frac{\pi}{M}\right)$ $= 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_b \log_2 M}{N_0}} \sin \frac{\pi}{M}\right)$	MFSK cohérent $\eta = \frac{2 \log_2 M}{M+1}^\dagger$  $P_e = (M-1)Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) = (M-1)Q\left(\sqrt{\frac{E_b \log_2 M}{N_0}}\right)$ Séparation minimale $1/2T_s$
DPSK incohérent $P_e = \frac{1}{2}e^{-E_b/N_0}$  ~ 1 dB de perte entre DPSK et BPSK	Processus Gram Schmidt $\psi_1(t) = \frac{1}{\sqrt{E_1}} s_1(t) \text{ où } E_1 \triangleq \int_0^T s_1^2(t) dt$ $\theta_2(t) \triangleq s_2(t) - \langle s_2(t), \psi_1(t) \rangle \psi_1(t)$ $E_2 \triangleq \int_0^T \theta_2^2(t) dt \quad \psi_2(t) = \frac{\theta_2(t)}{\sqrt{E_2}}$ i. $\theta_i(t) = s_i(t) - \sum_{k=1}^{i-1} \langle s_i(t), \psi_k(t) \rangle \psi_k(t)$ $E_i \triangleq \int_0^T \theta_i^2(t) dt \quad \psi_i(t) = \frac{\theta_i(t)}{\sqrt{E_i}}$
Loi de Shannon $C = W \log_2(1 + SNR) \quad SNR = \frac{E_b}{N_0} \frac{R_b}{W}$ Relations trigonométriques $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$ $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$ $\cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1 = 1 - \sin^2 \theta$ $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$	MFSK incohérent $\eta = \frac{\log_2 M}{M}$  $P_e(BFSK) = \frac{1}{2}e^{-E_b/2N_0}$ ~ 1 dB de perte entre BFSK cohérente et incohérente Séparation minimale $1/T_s$
Efficacité spectrale $\eta = \frac{R_b}{W} = \frac{1}{T_b} \frac{1}{W} \text{ bits/s}$	

† en supposant une impulsion Nyquist idéale

