

8. Transformations d'images

Nombre de participants : 15

Transformations d'images

GIF-4105/7105 Photographie Algorithmique
Jean-François Lalonde

Merci à D. Hoïem, A. Efros et S. Seitz

Transformations d'images

Transformations linéaires

GIF-4105/7105 Photographie Algorithmique
Jean-François Lalonde

Merci à D. Hoiem, A. Efros et S. Seitz

Transformations globales (paramétriques)

- Une transformation T modifie les **coordonnées** des pixels :



$$\mathbf{p}' = T(\mathbf{p})$$



- Pourquoi « globale »?
 - La même transformation est appliquée à chaque point
- Pourquoi « paramétrique »?
 - Peut être représentée par un faible nombre de paramètres

Transformations linéaires

- Pour qu'une transformation soit linéaire, il faut qu'on puisse la représenter avec une matrice:



$$\mathbf{p}' = \mathbf{M}\mathbf{p}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Quelles transformations parmi les suivantes sont linéaires

1. en 2D (i.e., peuvent être représentées par des matrices 2x2) ?

3 bonnes réponses
sur 12 répondants

translation	75%	9 votes
✓ rotation	92%	11 votes
✓ mise à l'échelle	75%	9 votes
✓ étirement	67%	8 votes
✓ réflexion	58%	7 votes
affine	42%	5 votes
projective	33%	4 votes
spirale	8%	1 vote

Transformations linéaires

- Toutes les transformations linéaires sont des combinaisons de:

- échelle, rotation, étirement, réflexion
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

5



2. Une transformation linéaire en 2D préserve (identifiez toutes les options) :

2 bonnes réponses
sur 13 répondants

✓	L'origine	69%	9 votes
✓	Les droites	62%	8 votes
✓	Les ratios	46%	6 votes
✓	Le parallélisme	85%	11 votes

Transformations linéaires

- Toutes les transformations linéaires sont des combinaisons de:

- échelle, rotation, étirement, réflexion
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

- Propriétés

- Origine ne change pas
- Sont préservées : lignes, lignes parallèles, ratios, droites
- La composition de transformations linéaires est une transformation linéaire

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i & j \\ k & l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

6



Transformations d'images

Coordonnées homogènes

GIF-4105/7105 Photographie Algorithmique
Jean-François Lalonde

Merci à D. Hoiem, A. Efros et S. Seitz

Coordonnées homogènes

- Représente des coordonnées 2-D avec un vecteur à 3 éléments

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Coordonnées homogènes}} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ w \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Point 2D}} \begin{bmatrix} x/w \\ y/w \end{bmatrix}$$

8



3. Une transformation affine préserve (identifiez toutes les options) :

4 bonnes réponses
sur 9 répondants

L'origine

0%

0 votes



Les droites

100%

9 votes



Les ratios

44%

4 votes



Le parallélisme

100%

9 votes

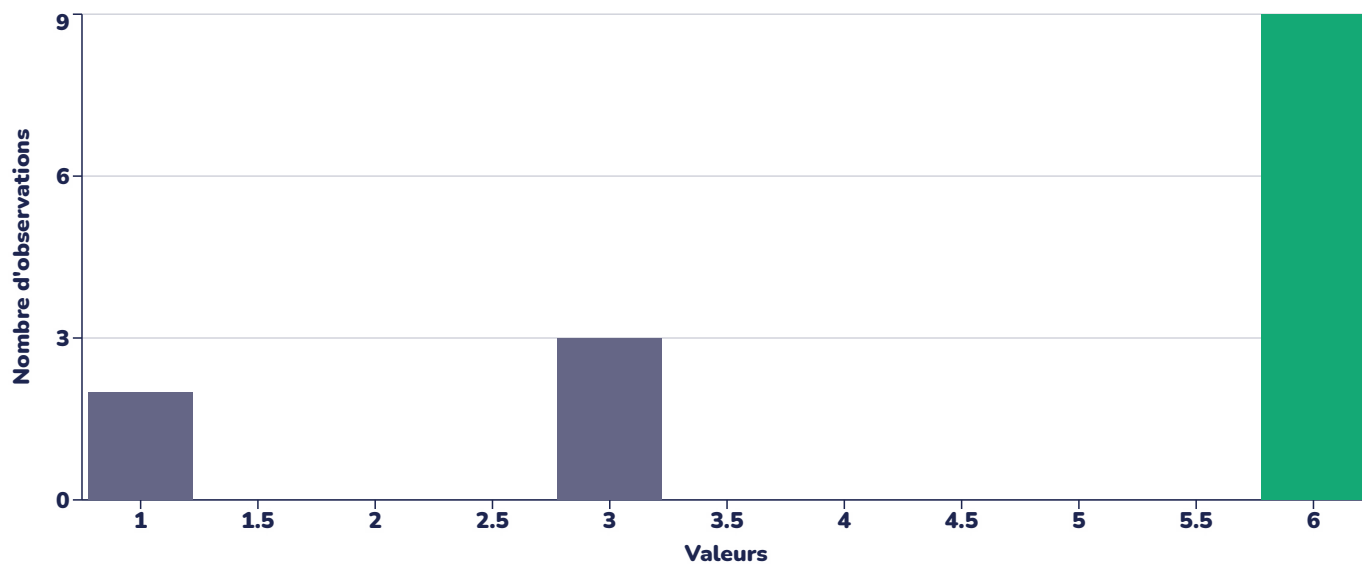
Transformations affines

- Les transformées **affines** sont des combinaisons de:
 - échelle, rotation, étirement, réflexion et **translations**

9/4

4. La transformation affine possède combien de degrés de liberté ?

9 bonnes réponses
sur 14 répondants

**1**

Minimum

4.64

Moyenne

6

Maximum

6

Médiane

1.91

Écart type

3.66

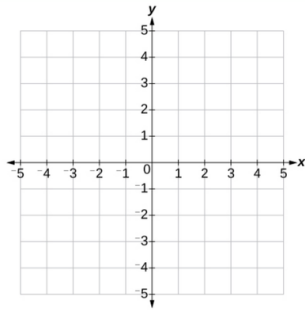
Variance

bonne réponse**6**

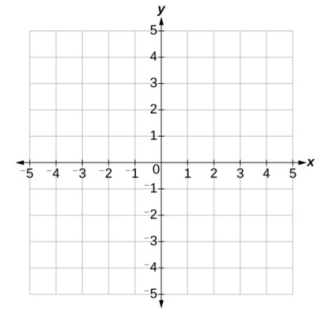
Transformations affines

Combien de degrés de liberté?

- Les transformées **affines** sont des combinaisons de:
 - échelle, rotation, étirement, réflexion et **translations**
- Propriétés
 - Sont préservées : **origine**, lignes parallèles, ratios, droites
 - La composition de plusieurs transformations **affines** est une transformation **affine**



$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$



10



L'image suivante est déformée par diverses transformations. Associez le résultat au type de transformation.

12 répondants



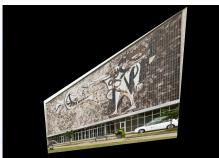


9 bonnes réponses

1

B

Affine



9 bonnes réponses

2

C

Projective

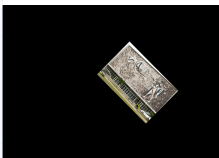


11 bonnes réponses

3

D

Rigide (translation + rotation)

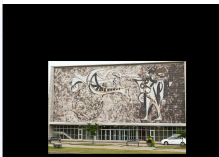


8 bonnes réponses

4

A

Similarité (rigide + échelle)



9 bonnes réponses

5

E

Translation



6. Associez le nombre de degrés de liberté au type de transformation.

15 répondants



7. Associez ce qui est préservé au type de transformation.

	14 bonnes réponses	E	Affine	10 répondants
8	13 bonnes réponses	B	Projective	
3	12 bonnes réponses	A	Rigide (translation + rotation)	
4	12 bonnes réponses	C	Similarité (rigide + échelle)	
2	14 bonnes réponses	D	Translation	

parallélisme, droites	9 bonnes réponses	D	Affine	
droites	10 bonnes réponses	B	Projective	
longueurs, angles, parallélisme, droites	6 bonnes réponses	E	Rigide (translation + rotation)	
angles, parallélisme, droites	8 bonnes réponses	C	Similarité (rigide + échelle)	
orientations, longueurs, angles, parallélisme, droites	9 bonnes réponses	A	Translation	

Survol

transformations linéaires (en coords. homogènes)

Dans chaque famille, la composition et l'inverse font également partie de la même famille.

Translation

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{t} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

Rigide (euclidienne)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

Similarité

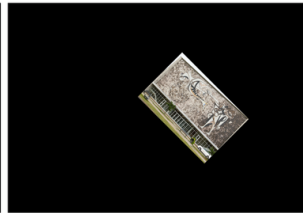
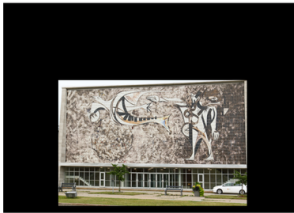
$$\begin{bmatrix} s\mathbf{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

Affine

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

Projective

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}} \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$



2 DDL

orientations, longueurs,
angles, parallélisme,
droites

3 DDL

orientations, longueurs,
angles, parallélisme,
droites

4 DDL

orientations, longueurs,
angles, parallélisme,
droites

6 DDL

orientations, longueurs,
angles, parallélisme,
droites

8 DDL

orientations, longueurs,
angles, parallélisme,
droites

11

Transformations d'images

Estimer une transformation

GIF-4105/7105 Photographie Algorithmique
Jean-François Lalonde

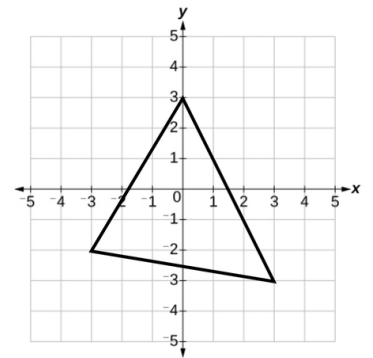
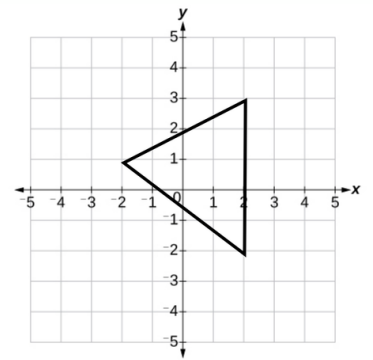
Merci à D. Hoiem, A. Efros et S. Seitz

Transformation affine

$$\begin{aligned}x'_i &= ax_i + by_i + c \\ y'_i &= dx_i + ey_i + f\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} a & b & c & d & e & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix}$$

6 équations, 6 inconnues



13

Transformations d'images Appliquer une transformation

GIF-4105/7105 Photographie Algorithmique
Jean-François Lalonde

Merci à D. Hoiem, A. Efros et S. Seitz

Déformation d'image

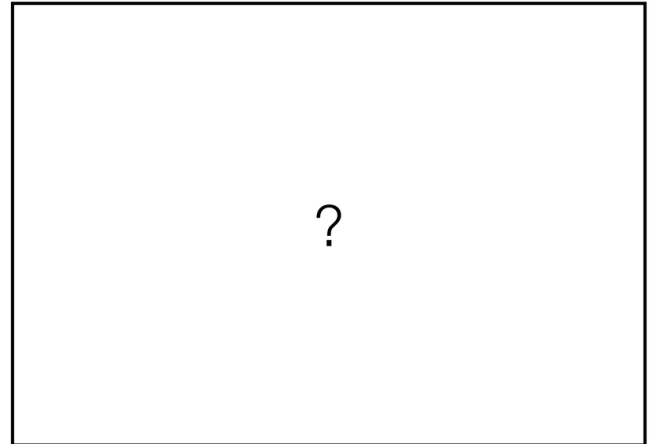
Hypothèse : les bordures de l'image ne changent pas

- Étant données une image et une transformation **T**, comment calculer l'image déformée?

image 1



image 2



Idée 2 : transformation inverse

Approche privilégiée!

- Pour chaque pixel dans l'image 2, calculer sa position dans l'image 1 (selon la transformation **inverse**!)

image 1

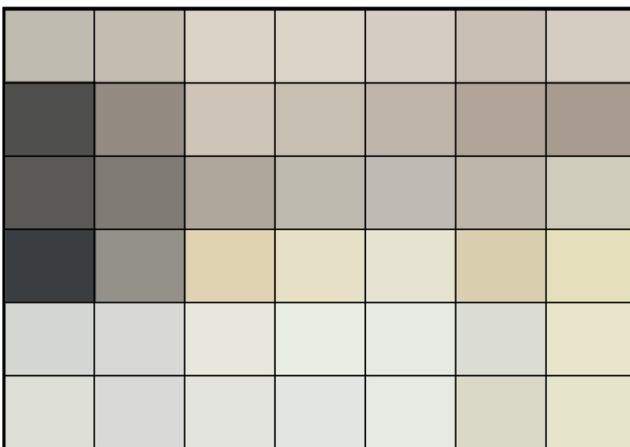


image 2

