

GIF-4105/7105 Photographie Algorithmique
Examen de mi-session
Temps total : 110 minutes

Cet examen comporte 7 questions sur 12 pages (incluant celle-ci), et compte pour 20% de la note totale pour la session. Assurez-vous d'avoir toutes les pages. Les règles suivantes s'appliquent :

- Vous avez droit à une feuille aide-mémoire 8.5×11 , écrite à la main, recto-verso ;
- **Détaillez vos réponses.** Vous pouvez obtenir des points pour des réponses partielles ;
- Écrivez vos réponses dans le cahier bleu accompagnatoire, et remettez le cahier ainsi que ce questionnaire.

La table ci-dessous indique la distribution des points pour chaque question.

Question:	1	2	3	4	5	6	7	Total
Points:	10	10	20	30	10	10	10	100

L'examen comporte aussi des questions supplémentaires.

- *Étudiants au bacc (4105)* : vous pouvez y répondre pour accumuler des points bonus ;
- *Étudiants gradués (7105)* : elles sont obligatoires, et votre score sera comptabilisé sur un total de 130 points (100 points de base + 30 points supplémentaires).

La table ci-dessous indique la distribution des points supplémentaires pour chaque question.

Question:	1	2	3	4	5	6	7	Total
Points :	5	0	0	10	5	0	10	30

Bonne chance !

1. Pixels et couleurs (10 points, +5 pour les gradués)

- (a) (2 points) Qu'est-ce qu'un histogramme d'une image ?

Solution: Un histogramme compte, pour chaque niveau d'intensité possible, le nombre de pixels qui ont cette intensité dans cette image.

- (b) (3 points) Nommez l'algorithme qui utilise l'histogramme d'une image pour améliorer son contraste et décrivez-le.

Solution: Il s'agit de l'algorithme d'égalisation d'histogramme. On calcule tout d'abord l'histogramme cumulatif c de l'image. On modifie ensuite l'intensité i de chaque pixel par $c(i)$ (c doit être normalisé entre 0 et 1).

- (c) (3 points) Nommez un avantage et un inconvénient pour chacun de ces espaces de couleur :
- RGB ;

Solution: Avantages : utilisé par les appareils d'affichage directement. Inconvénients : pas de séparation entre la couleur et l'intensité.

- HSV ;

Solution: Avantages : sépare couleur et intensité. Inconvénients : S et H ne veulent rien dire si V est bas, H ne veut rien dire si S est bas.

- LAB.

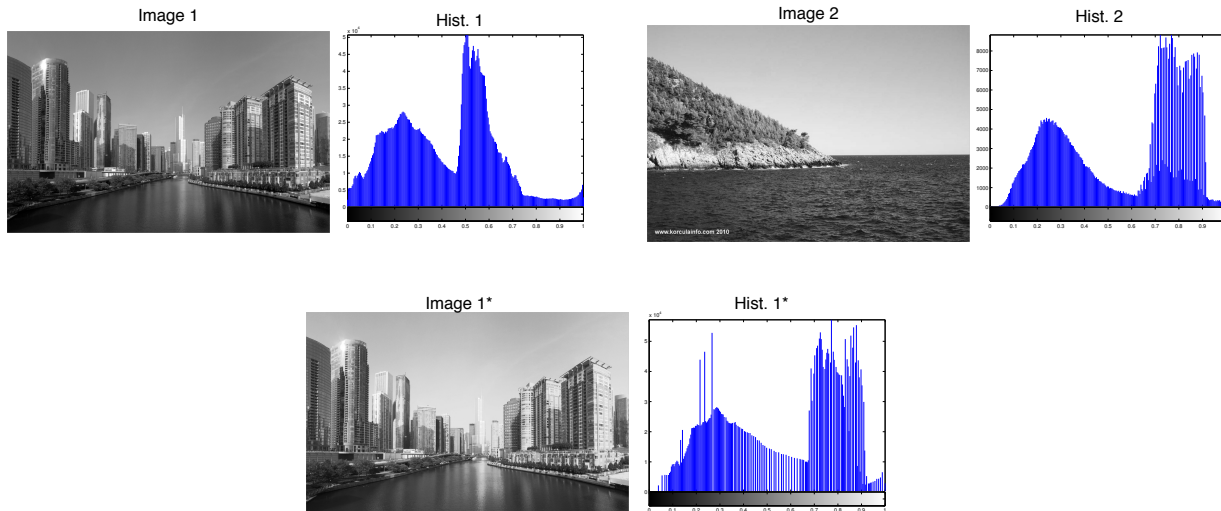
Solution: Avantages : sépare couleur et intensité. Distances corrélées avec la perception humaine. Inconvénients : nécessite transformations non-linéaire.

- (d) (2 points) En compression, on sépare souvent une image en sa luminance (intensité) et chrominance (couleur). Laquelle compresseriez-vous plus agressivement ? Pourquoi ?

Solution: Nous compresserions la chrominance plus agressivement car elle contient moins d'information sur la scène. Les distorsions dues à la compression seraient donc moins visibles.

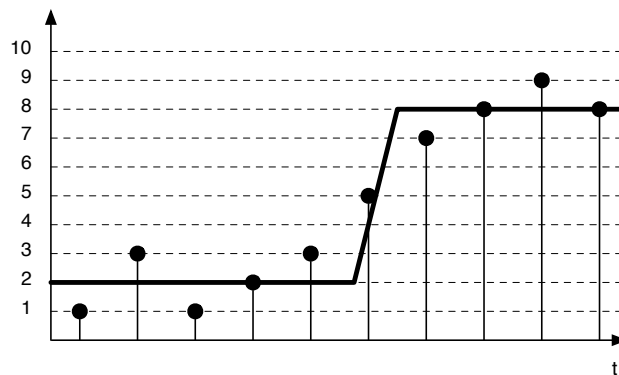
- (e) (5 points, **Question supplémentaire**) Dans la figure ci-bas, comment adapteriez-vous l'algorithme de la question (b) pour modifier l'histogramme de l'image 1 afin de l'apparier à l'histogramme de l'image 2 ? Le résultat de l'algorithme devrait donner l'image 1*, qui possède un histogramme semblable à celui de l'image 2.

Solution: Il suffit de remplacer l'histogramme cumulatif c par celui de l'image 2.



2. Filtrage dans le domaine spatial (10 points, +0 pour les gradués)

Le signal 1-D suivant (en gras) est corrompu par du bruit, de telle sorte que ses valeurs échantillonnées sont les suivantes : 1, 3, 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 8. Dans cette question, nous voudrions détecter l'arête du signal original.



- (a) (2 points) Le gradient $g(t)$ d'un signal $f(t)$ peut être calculé par la formule suivante : $g(t) = f(t+1) - f(t)$. Écrivez le filtre 1-D correspondant.

Solution: Le filtre est $[-1 \ 1]$, ou $[0 \ -1 \ 1]$.

- (b) (3 points) Appliquez ce filtre sur le signal 1-D échantillonné ci-haut pour calculer $g(t)$.

Solution: 2, -2, 1, 1, 2, 2, 1, 1, -1

- (c) (5 points) Comment faire pour détecter l'arête à partir du signal échantillonné ?

Solution: On ne peut le faire à partir de la dérivée directement. Il nous faudrait donc "lisser" le signal original, par exemple avec un filtre gaussien ou un filtre en boîte, avant de calculer la dérivée et de détecter le point où la dérivée est maximale. On pourrait aussi se servir d'un filtre laplacien, et détecter les passages par 0.

3. Filtrage dans le domaine spectral (20 points, +0 pour les gradués)

(a) (4 points) Associez la FFT à l'image correspondante.



1



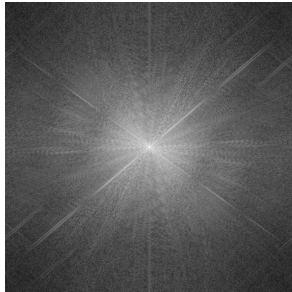
2



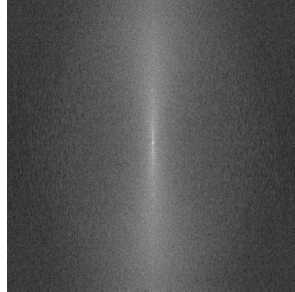
3



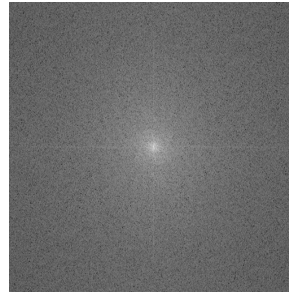
4



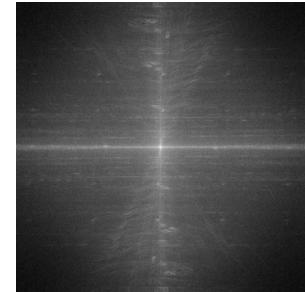
A



B



C



D

Solution: 1–C, 2–D, 3–B, 4–A

(b) (5 points) Il arrive que certains vêtements apparaissent de façon bizarre à la télévision (voir l'image ci-bas par exemple). Quel est ce phénomène, et pourquoi survient-il ?



Solution: Ce phénomène est le recouvrement spectral. Il survient quand la fréquence d'échantillonnage est pas assez élevée, comparativement à la fréquence maximale du signal. Le théorème de Nyquist-Shannon nous dit que $f_e > 2f_{max}$, où f_e est la fréquence d'échantillonnage et f_{max} est la fréquence maximale du signal.

(c) (5 points) En théorie, quelles sont les deux stratégies pour réduire cet effet non désiré ?

Solution: Augmenter la fréquence d'échantillonnage (augmenter f_e), ou filtrer le signal avec un filtre passe-bas (diminuer f_{max}).

- (d) (6 points) Le filtrage est souvent employé pour adoucir les images. À cette fin, préféreriez-vous employer un filtre “en boîte”, ou un filtre gaussien ? Expliquez pourquoi en employant le théorème de la convolution.

Solution: Le filtre gaussien est préférable. Le théorème de la convolution dit qu'une convolution dans le domaine spatial est équivalent à une multiplication dans le domaine spectral. La transformée de Fourier d'un filtre gaussien est aussi une gaussienne, et ne contient que des basses fréquences. La transformée de Fourier est un sinus cardinal, et contient des basses ainsi que des hautes fréquences. Quand on multiplie la FFT du filtre gaussien avec la FFT de l'image, les hautes fréquences sont atténuées. Quand on multiplie la FFT du filtre en boîte avec l'image, les hautes fréquences ne sont pas atténuées, et sont même amplifiées, ce qui se traduit par des effets visibles dans l'image.

4. Transformations et morphage (30 points, +10 pour les gradués)

- (a) (5 points) Un point $p = (x, y)$ est soumis à la suite de transformations suivantes (dans l'ordre) : une translation de $(2, -7)$, suivi d'un facteur d'échelle de $(2, 3)$, suivi d'une rotation de -90° . Sachant que la matrice 2×2 décrivant une rotation est

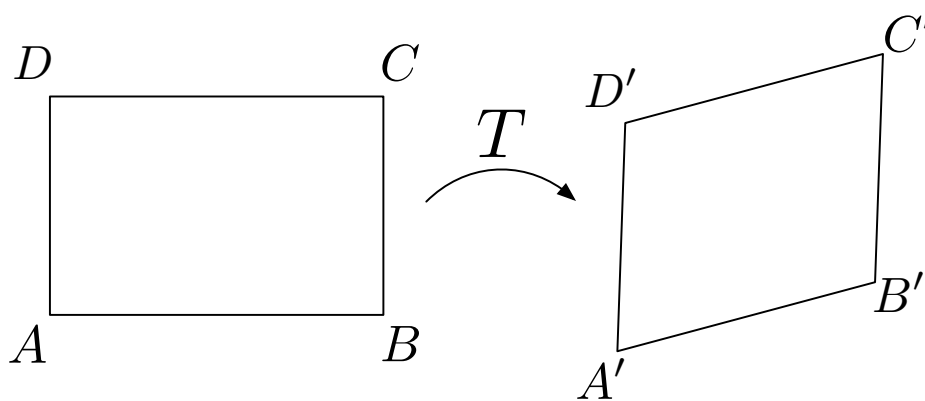
$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix},$$

quelle est la matrice résultante? Détaillez votre démarche.

Solution:

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & -21 \\ -2 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -7 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- (b) Le quadrilatère $ABCD$ est déformé par une transformation affine T pour générer le quadrilatère $A'B'C'D'$, tel qu'illustré ci-dessous.



- i. (5 points) Combien de correspondances faut-il, au minimum, pour calculer les paramètres de T ? Expliquez pourquoi.

Solution: Il faut au minimum 3 correspondances, car une transformations affine possède 6 degrés de liberté (chaque correspondance donne 2 contraintes).

- ii. (10 points) Comment peut-on calculer ces paramètres à partir de ces correspondances?

Solution: En résolvant le système d'équations linéaires suivant :

$$\begin{bmatrix} x_A & y_A & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_C & y_C & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'_A \\ y'_A \\ x'_B \\ y'_B \\ x'_C \\ y'_C \end{bmatrix}$$

- (c) (5 points) On vous donne une image ainsi qu'une matrice de transformation M . Décrivez la procédure pour générer l'image transformée selon M .

Solution: Tout d'abord, il faut déterminer les dimensions de l'image transformée. Pour ce faire, on transforme chacun des quatre coins de l'image. Ensuite, on boucle sur tous les pixels de l'image transformée. Pour chaque pixels :

1. On applique la transformée inverse pour calculer les coordonnées dans l'image originale ;
2. On calcule la couleur du pixel en interpolant les valeurs RGB des pixels dans l'image originale.

- (d) (5 points) Le chat et le puma sont tous deux des félins, mais alors pourquoi une transformation globale n'est-elle pas suffisante pour déformer l'image de gauche vers l'image de droite dans la figure ci-dessous ? Qu'est-ce qu'il faudrait employer à la place ?



Solution: Car les différentes parties des visages des animaux ne devraient pas être déformées de la même façon. Il faudrait employer une série de transformations locales pour chaque partie du corps indépendamment (ex : oreille droite avec oreille droite, museau avec museau, etc.).

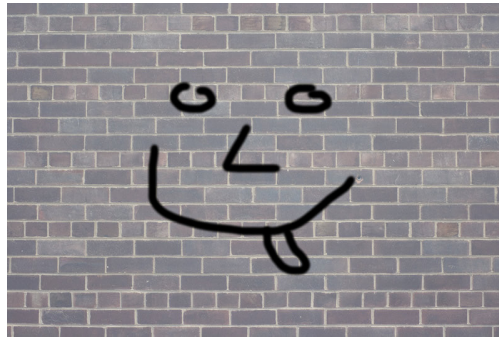
- (e) (10 points, **Question supplémentaire**) Pour métamorphoser une image vers une autre, l'approche suggérée dans le TP3 est d'employer une triangulation, et de transformer chaque triangle vers le triangle correspondant. Quel est le problème avec une telle approche ? Décrivez une approche alternative qui n'aurait pas ce problème.

Solution: Le problème est que tous les pixels à l'intérieur d'un triangle sont transformés de la même façon, qu'ils soient au milieu du triangle qu'en bordure. Ce problème est exacerbé quand deux triangles adjacents se font appliquer des transformations très différentes. Deux pixels voisins, mais chacun dans des triangles différents, se voient déformés de façon différente, ce qui peut causer des distorsions importantes. Pour pallier à cet effet, il est possible de déformer chaque pixel en fonction de leur distance aux points d'intérêt les plus proches, sans avoir recours à des triangles.

5. Enlever un objet (10 points, +5 pour les gradués)

Il arrive fréquemment qu'un objet gâche une photo. Heureusement pour nous, il existe plusieurs solutions pour enlever des régions d'une image. Pour chaque photo ci-dessous, décrivez les solutions que vous emploieriez pour enlever l'objet indiqué. Vous devez décrire des solutions *différentes* pour chaque photo.

(a) (5 points) Le graffiti sur le mur :



Solution: Synthèse de textures. On utilise la texture du reste de l'image comme source, et on copie, soit pixel par pixel ou bloc par bloc, à l'intérieur de la région à remplir. Pour chaque pixel (région), on définit un voisinage, et on cherche dans l'image des régions qui sont similaires à ce voisinage. Pour ce faire, on peut, par exemple, utiliser la somme des différences au carré. Le pixel correspondant au pixel manquant est transféré à partir du voisinage ressemblant le plus au voisinage du pixel à remplir.

(b) (5 points) La femme au milieu de l'image :



Solution: Nous pouvons utiliser l'algorithme de redimensionnement d'images. La femme est marquée comme étant une image à coût très faible, forçant l'algorithme

à sélectionner ces pixels lors du calcul du chemin le plus court. On peut ensuite redimensionner l'image à sa taille originale avec ce même algorithme, cette fois en insérant des colonnes.

- (c) (5 points, **Question supplémentaire**) L'oiseau dans le ciel (note : pour récolter les points bonus, vous devez utiliser une solution différente des deux autres proposées ci-haut) :



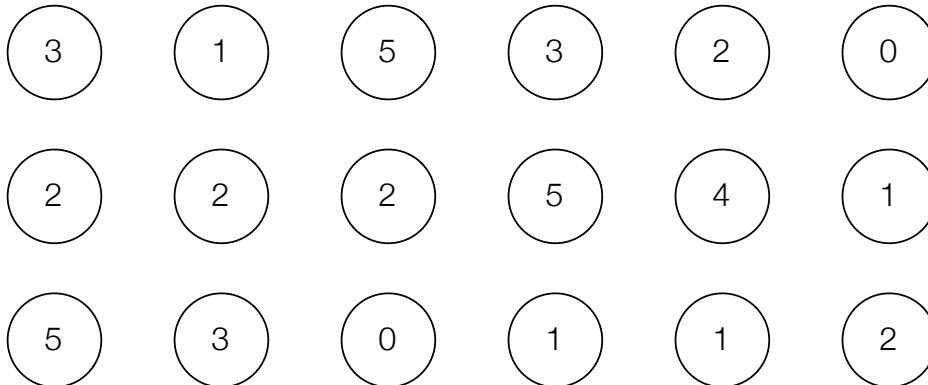
Solution: La réintégration des gradients. Pour ce faire, nous mettons les gradients à l'endroit où est l'oiseau, et ré-intégrons l'image. Cela fonctionnerait bien car le ciel est de couleur plutôt continue.

6. Découpage (10 points, +0 pour les gradués)

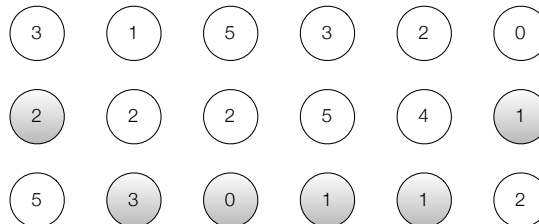
- (a) (2 points) Comment peut-on calculer le chemin au coût minimal reliant l'extrémité gauche à l'extrémité droite d'une image sans avoir à énumérer tous les chemins possible?

Solution: En utilisant la programmation dynamique : c'est-à-dire en accumulant le coût total du chemin pour chaque ligne au fur et à mesure que l'algorithme progresse.

- (b) (5 points) Calculez le chemin au coût minimal de la gauche vers la droite dans l'image suivante en employant cette stratégie.



Solution:



- (c) (3 points) Dans l'algorithme des "ciseaux intelligents", qu'arriverait-il si on remplaçait le coût de frontière à minimiser par 0 pour chaque pixel?

Solution: On obtiendrait le chemin le plus court entre le point où on a cliqué et la position courante du pixel. Le chemin ne suivrait donc pas les arêtes de l'image.

7. Composition d'images (10 points, +10 pour les gradués)

(a) (5 points) Je voudrais insérer l'ours brun dans l'image ci-dessous, mais j'hésite à choisir l'algorithme pour le faire. Aidez-moi en nommant les problèmes qui pourraient survenir en employant les techniques de

i. copier-coller ;

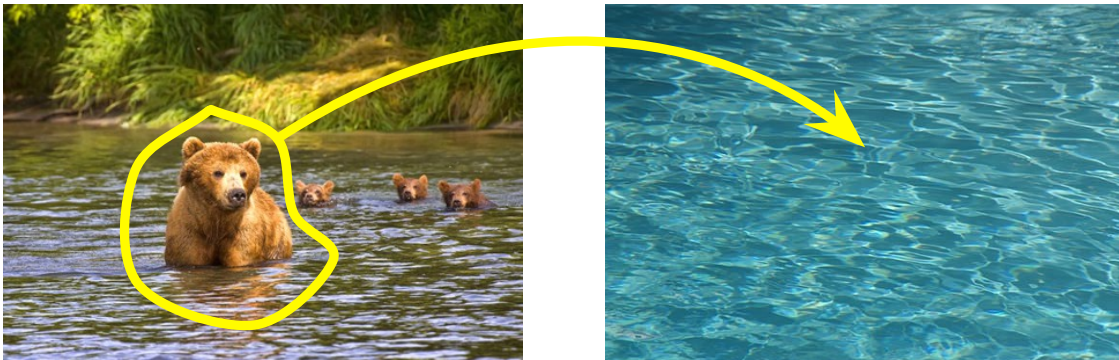
Solution: Nous pourrions observer une discontinuité à la frontière, car les couleurs ne sont pas les mêmes.

ii. dégradé ("feathering") ;

Solution: Il serait difficile de déterminer la distance à employer pour calculer le dégradé.

iii. mélange d'images dans le domaine des gradients.

Solution: La couleur de l'ours serait modifiée, elle deviendrait plus bleutée comme l'eau de l'image de destination.



(b) (5 points) Après mûre réflexion, je décide d'employer l'algorithme de mélange dans le domaine des gradients. De quelle façon dois-je combiner les gradients des deux images ?

Solution: Les gradients à l'intérieur de la région à copier doivent être ceux de l'image de l'ours, et les gradients en bordure doivent être égaux à 0.

(c) (10 points, **Question supplémentaire**) Les gradients peuvent aussi être utiles pour d'autres opérations. Par exemple, en calculant les gradients d'une image, en les modifiant et en les ré-intégrant, on peut générer des effets intéressants, comme dans l'image suivante. Notez comment les régions principales de l'image sont conservées, mais les détails (textures) sont perdus. Décrivez une approche permettant de synthétiser un tel résultat avec l'édition de gradients.

Solution: Il faudrait détecter les arêtes de l'image originale, et ne conserver que ces gradients. Tous les autres gradients (qui en sont pas sous une arête) devraient diminués significativement, ou mis à 0.

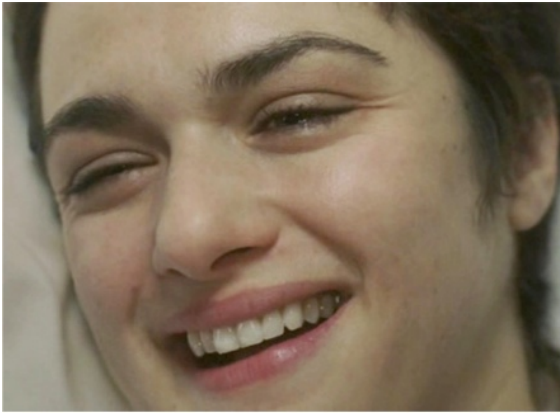
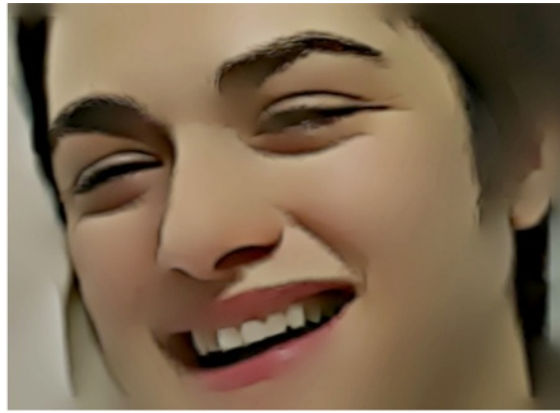


Image originale



Rendu non-photoréaliste