

Analyse de survie d'une population d'oiseau rare

Une espèce rare d'oiseaux a trois étapes de la vie : bébé (1ère année de vie), jeune adulte (2ème année de vie) et adulte (3^{ème} année de vie et plus).

$$\text{Soit } \mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} b_k \\ j_k \\ a_k \end{bmatrix} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.33 \\ t & 0 & 0 \\ 0 & 0.71 & 0.94 \end{bmatrix}$$

t étant le taux de survie des bébés et $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A} \mathbf{x}_k$

1. **(Matlab)**. Déterminer la valeur propre dominante de la matrice $\mathbf{A}$ et l'inscrire dans le tableau suivant pour chacune des valeurs du taux de survie t des bébés.

Taux de survie des bébés	t	0.18	0.20	0.22	0.24	0.25	0.26	0.28	0.30
Valeur propre dominante de $\mathbf{A}$	λ_1								

2. **(Matlab)**. Parmi les valeurs de t utilisées, quelle est la plus petite pour laquelle $\lambda_1 \geq 1$? On appellera cette valeur la « valeur critique » de t . Répondre en affichant un commentaire.
 3. **(Matlab)**. Pour cette valeur critique de t , déterminer les valeurs propres $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ et vecteurs propres associés $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$.
 4. **(Matlab)**. Soit $\mathbf{x}_0$ le vecteur donnant la répartition initiale des trois générations. Montrer qu'il peut être écrit sous la forme $\mathbf{x}_0 = c_1 \mathbf{v}_1 + c_2 \mathbf{v}_2 + c_3 \mathbf{v}_3$. Répondre par des calculs et un affichage de commentaires pertinents.
 5. **(Manuel)**. En utilisant cette équation, donner la forme de $\mathbf{x}_k$ après k années. Dire pourquoi si c_1 est non nul, la population de cet oiseau rare ne disparaîtra pas.
 6. **(Matlab)**. Soit le vecteur initial $\mathbf{x}_0 = [100 \ 100 \ 100]^T$ en 2018. Déterminer les coefficients c_1, c_2 et c_3 . Afficher un commentaire pour conclure quant à la survie ou non de l'espèce de cet oiseau.
 7. **(Matlab)**. Pour le même vecteur initial $\mathbf{x}_0$, choisir deux valeurs t_1 et t_2 du taux de survie des bébés de part et d'autre de la valeur critique trouvée au point 2.
 - a) Pour $t = t_1$, calculer et tracer les valeurs b_k, j_k , et a_k de 2018 à 2040.
 - b) Pour $t = t_2$, calculer et tracer les valeurs b_k, j_k , et a_k de 2018 à 2040.
 - c) Discuter les tendances à long terme des différents groupes d'âges quand $t = t_1$ et quand $t = t_2$. Ces tendances étaient-elles prévisibles ? Répondre en affichant des commentaires.
 8. **(Manuel)**. Si l'on suppose $\lambda_1 = 1$, déterminer la valeur critique exacte du taux de survie t . La comparer à celle trouvée au point 2. Discuter la signification de $\lambda_1 = 1$ dans cette étude.
-