

---

## Méthodes de résolution de $Ax = b$

---

Soit la matrice suivante :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -3 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \end{bmatrix}$$

1)

- ✓ Trouvez le nombre de conditionnement de la matrice  $A$ .
- ✓ Créez l'équation matricielle  $Ax=b$  où  $b$  est un vecteur colonne dont les éléments varient entre 0 et 1 de façon aléatoire.
- ✓ Trouvez  $x_1$ , solution de  $Ax=b$  en utilisant `\`.
- ✓ Trouvez  $x_2$ , solution de  $Ax=b$  en utilisant `inv`.
- ✓ Trouvez  $x_3$ , solution de  $Ax=b$  en utilisant `rref`.
- ✓ Affichez en « format long e » la matrice  $[x_1 \ x_2 \ x_3]$ .
- ✓ Utilisez la norme euclidienne dans Matlab pour quantifier les différences entre les trois vecteurs solutions  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ . Transcrire les résultats dans le Tableau 1.

2) Un type classique de matrices pour lesquelles aucune des méthodes ci-dessus n'assure une solution précise est le type connu sous le nom de matrices de Hilbert. Une matrice de Hilbert d'ordre  $n$  a la forme suivante :

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & \dots & 1/n \\ 1/2 & 1/3 & \dots & 1/(n+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1/n & 1/(n+1) & \dots & 1/(2n-1) \end{bmatrix}.$$

Matlab a une commande spécifique pour créer ce genre de matrices : `hilb`.

- ✓ Créez les matrices de Hilbert d'ordre 4 et d'ordre 5 avec cette commande. Affichez-les avec le « format rat » dans la fenêtre commande afin de comprendre leur structure.

3)

- ✓ Trouvez le nombre de conditionnement de la matrice  $H$ , Hilbert d'ordre 20.
- ✓ Résoudre  $Hx=b$  avec les trois méthodes décrites ci-dessus quand  $H$  est une matrice de Hilbert d'ordre 20,  $b$  étant un nouveau vecteur aléatoire.
- ✓ Créez la matrice  $[x_1 \ x_2 \ x_3]$  et l'afficher pour voir cote à cote les solutions obtenues. Utilisez le format d'affichage « format long e » pour une meilleure comparaison visuelle.
- ✓ Calculez les normes des différences entre les trois vecteurs solutions et les reporter dans le Tableau 1.

4)

- ✓ Indiquez (par oui ou non) dans la Tableau 1 si vous avez reçu un « warning » de Matlab pour chacune des méthodes.
- ✓ Donnez votre conclusion générale suite à tous les résultats, pour  $A$  et  $H$ , transcrits dans le Tableau 1.

**Tableau 1**

	<b>Matrice A</b>	<b>Matrice H</b>
$\ x_2 - x_1\ $		
$\ x_3 - x_1\ $		
$\ x_3 - x_2\ $		
Nombre de conditionnement		
Message d'alerte (Indiquer oui ou non)	\ : inv : rref :	\ : inv : rref :