
Examen 1 – A16

Durée : 12h00 à 16H30

Remarques.

- Pour le problème 1, joindre un script **infog.m**.
 - Pour le problème 2, joindre un script **migra.m** et une figure en format jpeg.
 - On demande des scripts *.m et non des fonctions *.m.
 - La réponse aux parties indiquées par (**Manuel**) doit être faite dans le cahier d'examen.
 - **Documents autorisés : Livre obligatoire + Transformations linéaires fournies.**
-

Problème 1 - (35 points) - Infographie

Considérer le schéma ci-dessous. Sur la gauche, sont dessinés la droite $x + y = 4$ et le triangle dont les coordonnées des sommets sont $(2, 2)$, $(2, 3)$ et $(3, 3)$. On souhaite appliquer au triangle **une réflexion** par rapport à la droite $x + y = 4$. La figure de droite illustre l'effet final désiré.

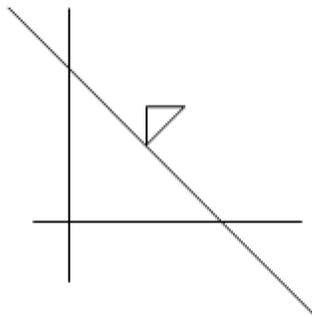
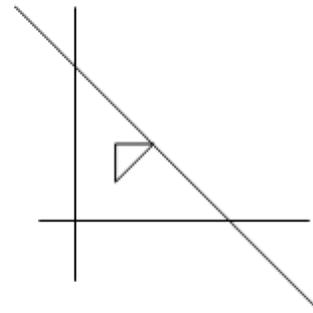


Image d'origine



Résultat souhaité

- (**Matlab**) Dessiner le triangle et la droite pour obtenir une figure similaire à celle de gauche.
- (**Manuel**) Trouver les matrices canoniques T_1 , T_2 et T_3 de transformations de base classiques que l'on doit appliquer en cascade au triangle d'origine afin d'obtenir l'effet désiré ?
- (**Matlab**) Superposer sur le même graphe contenant le triangle d'origine, ses 3 nouvelles images obtenues suite aux transformations successives T_1 , T_2 et T_3 .
- (**Matlab**) Utiliser le résultat du point b) pour calculer la matrice composée M qui permet de produire en une seule étape le résultat souhaité (cf. figure en haut à gauche).
- (**Matlab**) Pour s'assurer que la matrice M accomplit bel et bien le même effet final désiré, superposer sur une deuxième figure le triangle original, son image par M , et la droite $x+y=4$.

Problème 2 - (40 points) - Migration de populations

En 1990, la population de la Californie était **31,524,000**, et la population vivant aux USA mais à l'extérieur de la Californie était **228,680,000**. Durant l'année, il a été estimé que **516,000** personnes ont quitté la Californie pour vivre ailleurs aux USA, quand **381,262** personnes ont déménagé en Californie en provenance des autres états américains.

- a) (**Manuel**). Trouver la matrice de migration M décrivant cette situation.
- b) (**Matlab**). Calculer en millions la population en Californie et la population dans le reste des USA pour les années 1990 à 2000.
- c) (**Manuel**). Écrire les données obtenues au point b) sous la forme d'un tableau.
- d) (**Matlab**). Tracer sur le même graphe l'évolution des deux populations de 1990 à 2000.
- e) (**Manuel**). On suppose que la population augmente à cause de l'immigration externe provenant de l'extérieure des USA. Soit 0.1 million de personnes immigrerent vers la Californie et 2 millions au reste des USA. Quelles est la relation matricielle qui décrit la nouvelle situation ?
- f) (**Matlab**). En déduire les nouvelles prédictions des deux populations pour les années 1990 à 2000.
- g) (**Manuel**). Écrire les nouvelles données obtenues au point f) sous la forme d'un tableau.
- h) (**Matlab**). Superposer les nouvelles données aux courbes précédentes.
- i) (**Matlab**). Sauvegarder la figure finale sous la forme d'une image jpeg.

Problème 3 - (25 points) – (Manuel à 100% - Tout dans le cahier d'examen)

Soit le système d'équations linéaires suivant :

$$\begin{aligned}5x_1 - 3x_2 + 2x_3 &= 1 \\15x_1 - 7x_2 + 5x_3 &= -1 \\-10x_1 + 12x_2 + (h^2 - 16)x_3 &= h - 11\end{aligned}$$

- a) Trouvez les valeurs de h pour lesquelles le système n'admet pas de solution.
 - b) Trouvez les valeurs de h pour lesquelles le système admet une infinité de solutions.
 - c) Trouvez les valeurs de h pour lesquelles le système admet une solution unique.
-